



ESTIMATIVA DA CARGA DE RUPTURA EM PONTES COM PALITOS DE PICOLÉ: ABORDAGEM NORMATIVA COM VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

FAILURE LOAD ESTIMATION IN POPSICLE STICK BRIDGES: NORMATIVE APPROACH AND EXPERIMENTAL VALIDATION IN ENGINEERING EDUCATION

Matheus Fernandes de Araújo Silva¹, Lucas Ramos Dantas²,
Adriana Correia de Moraes³, Cláudio Rogério Cruz de Sousa⁴,
José Flávio Timoteo Júnior⁵

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v45p389-402.2026

RESUMO: Este trabalho investiga a capacidade de carga de pontes treliçadas construídas com palitos de madeira (Pinus), utilizadas em competições acadêmicas que envolvem discentes dos cursos de Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia, Arquitetura e Urbanismo, Engenharia Civil e Engenharia Ambiental e Sanitária. O objetivo é propor uma metodologia para a estimativa da carga de ruptura baseada na ABNT NBR 7190-1 (ABNT, 2022), aplicável a cenários de colapso por perda de estabilidade de barras comprimidas. A abordagem incorpora fatores redutores da resistência mecânica dos materiais que consideram a esbeltez relativa das barras e as imperfeições geométricas decorrentes do processo construtivo. Um estudo de caso com uma ponte do tipo Warren, testada em uma competição (carga de ruptura = 710 N), permitiu analisar e validar a metodologia. Considerando a redução efetiva da seção devido à presença de emendas posicionadas inadequadamente e o uso de módulo de elasticidade reduzido (0,8), a previsão teórica apresentou erro de 3,5% em relação ao resultado experimental. Além disso, o método permitiu prever corretamente o modo de instabilidade por flexão da diagonal comprimida. O estudo contribui ao oferecer uma ferramenta prática e pedagógica para o ensino da estabilidade de barras comprimidas de madeira, integrando critérios normativos, modelagem físico-matemática e validação experimental em atividades baseadas em projetos. Além disso, o método apresentado pode ser uma ferramenta auxiliar no dimensionamento de pontes com palitos de picolé durante a formação em nível de graduação.

PALAVRAS-CHAVE: treliças; barras comprimidas; estruturas de madeira; Ensino de Engenharia; pontes de palito.

ABSTRACT: This paper investigates the load-bearing capacity of popsicle stick (Pinus timber) truss bridges, commonly used in academic competitions involving undergraduate students in Interdisciplinary Science and Technology, Architecture, and Civil and Environmental Engineering. The main objective is to propose a methodology for estimating the failure load, based on the Brazilian standard ABNT NBR 7190-1 (ABNT, 2022), applicable to collapse scenarios caused by instability of compressed members. The approach incorporates strength reduction factors that account for the relative slenderness of the bars and geometric imperfections arising from the construction process. A case study of a Warren-type bridge tested in a competition (experimental failure load = 710 N) allowed for the analysis and validation of the methodology. Considering the effective cross-section reduction due to inadequately positioned splices and the use of a reduced elastic modulus ($0,8E_{c0,m}$), the theoretical prediction showed a 3.5% error compared to the experimental result. Furthermore, the method correctly predicted the flexural buckling failure mode of the compressed diagonal. This study contributes by offering a practical and pedagogical tool for teaching the stability of compressed timber members, integrating normative criteria, physical-mathematical modeling, and experimental validation in project-based learning activities. The presented method can also serve as an auxiliary tool for designing popsicle stick bridges during undergraduate education.

KEYWORDS: trusses; compression members; timber structures; Engineering Education; popsicle stick bridges.

¹ Professor da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Doutor em Engenharia de Estruturas, matheus.silva@ufersa.edu.br

² Engenheiro Civil, Especialista em Projeto de Estruturas de Concreto Armado, lucasramosdantas9@gmail.com

³ Engenheira Civil, Discente da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), adriana.morais@alunos.ufersa.edu.br

⁴ Professor da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Doutor em Ciência e Engenharia de Materiais, claudio.cruz@ufersa.edu.br

⁵ Professor da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Doutor em Ciência e Engenharia de Materiais, flavio.timoteo@ufersa.edu.br



INTRODUÇÃO

Treliças são sistemas estruturais reticulados compostos por barras com extremidades articuladas, submetidas predominantemente a esforços axiais de tração ou compressão. No contexto do ensino na área de estruturas, a experimentação com modelos reduzidos – como pontes construídas com palitos de picolé – representa uma ferramenta valiosa para consolidar conceitos teóricos, além de possibilitar a análise crítica de problemas estruturais.

Nesse sentido, a Competição de Pontes com palitos de picolé (CP3) da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), *campus* Pau dos Ferros, promove semestralmente a construção e o ensaio de pontes treliçadas com palitos, integrando atividades de ensino e pesquisa. Um dos principais desafios enfrentados por participantes e orientadores é a previsão confiável da carga de ruptura, especialmente quando a falha está associada à perda de estabilidade de barras comprimidas.

A análise da estabilidade de elementos comprimidos de madeira é normatizada pela ABNT NBR 7190-1 (ABNT, 2022), que adota o método do comprimento efetivo e fatores redutores de resistência (k_c) para considerar a flambagem por flexão e as imperfeições geométricas. No entanto, como destacado por Hassan (2019), abordagens alternativas baseadas na análise de segunda ordem podem refinar a previsão da capacidade de carga, especialmente ao considerar imperfeições geométricas iniciais e a sensibilidade do módulo de elasticidade.

Estudos indicam que a variabilidade das propriedades mecânicas da madeira – como a resistência à compressão paralela às fibras e o módulo de elasticidade – influencia significativamente a capacidade de suportar carregamentos, sobretudo em elementos com esbeltez intermediária (Theiler, Frangi e Steiger 2012; Ehrhart, 2019). Frangi, Steiger e Theiler (2015) e Hassan (2019) destacam, por exemplo, a importância de considerar reduções no módulo de elasticidade para capturar efeitos de segunda ordem e deformações plásticas em elementos comprimidos.

Diante desse cenário, propõe-se uma metodologia para a estimativa da capacidade de carga de pontes treliçadas tipo Warren, com base na NBR 7190-1 (ABNT, 2022), incorporando fatores redutores de resistência mecânica que consideram a esbeltez relativa das barras e as imperfeições geométricas inerentes ao processo construtivo. Adicionalmente, discute-se como o posicionamento inadequado das junções entre palitos pode comprometer severamente a resistência à compressão. Um estudo de caso ilustra a aplicação do método e sua

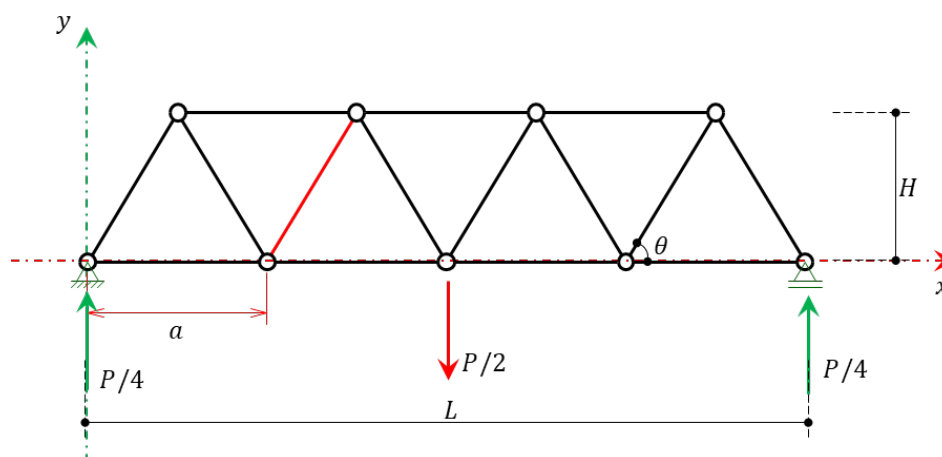
correlação com resultados experimentais, limitando-se a cenários de ruptura por flambagem de elementos comprimidos.

A abordagem apresentada visa oferecer aos estudantes, pesquisadores e competidores uma ferramenta preditiva mais consistente, ao mesmo tempo em que explora a interface entre a normatização, a modelagem teórica e as práticas construtivas em escala reduzida.

ESTIMATIVA DA CARGA DE RUPTURA EM TRELIÇAS WARREN

A ponte de estudo é formada por duas treliças planas, ligadas entre si, formando uma estrutura tridimensional única. A carga P é aplicada no centro de uma haste metálica e se distribui igualmente para as treliças. O modelo estrutural adotado está ilustrado na Figura 1. Mais detalhes sobre o método construtivo e de aplicação da carga estão apresentados no trabalho de Silva, Cláudio e Júnior (2024), *Metodologia para construir pontes com palito de picolé*.

Figura 1 – Esquema estático da treliça da ponte



Fonte: elaborada pelos autores.

A NBR 7190-1 (ABNT, 2022) adota a filosofia dos estados-limites para o dimensionamento de estruturas de madeira. Os estados-limites são condições em que a estrutura apresenta desempenho inadequado às finalidades de sua construção, sendo divididos em estado-limite último (ELU) e de serviço (ELS).

Em situação de projeto, a verificação da segurança quanto ao ELU de uma barra de treliça é dada pela comparação entre os esforços solicitantes de cálculo (S_d) e os esforços resistentes de cálculo (R_d). O esforço resistente ou a resistência de cálculo é calculado conforme:



$$R_d = k_{mod} \frac{R_k}{\gamma_w} \quad \text{Eq. [1]}$$

em que R_k é o valor característico de resistência; γ_w é o coeficiente de minoração da resistência da madeira; e o coeficiente de modificação (k_{mod}) resulta do produto entre os coeficientes k_{mod1} e k_{mod2} , considerando, respectivamente, a duração do carregamento e a classe de umidade. Seus valores também variam de acordo com o tipo de madeira e podem ser consultados na NBR 7190-1 (ABNT, 2022).

Para o caso de uma estimativa da carga de ruptura de uma treliça, deve-se trabalhar com os valores característicos de resistência da barra; consequentemente, a Equação 1 pode ser reescrita como:

$$R_d = k_{mod} \cdot R_k \quad \text{Eq. [2]}$$

Do mesmo modo, as solicitações são comparadas com seus valores característicos. É importante notar que a carga solicitante da treliça, ilustrada na Figura 1, é $\frac{P}{2}$. Isso ocorre porque a ponte é formada por duas treliças ligadas entre si, fazendo com que a ação da carga P seja dividida igualmente entre elas. Aplicando o método das seções, considerando o corte S-S ilustrado na Figura 2 e o equilíbrio de forças verticais, é possível determinar o valor do esforço das diagonais por meio das equações a seguir:

$$\sum F_y = 0$$

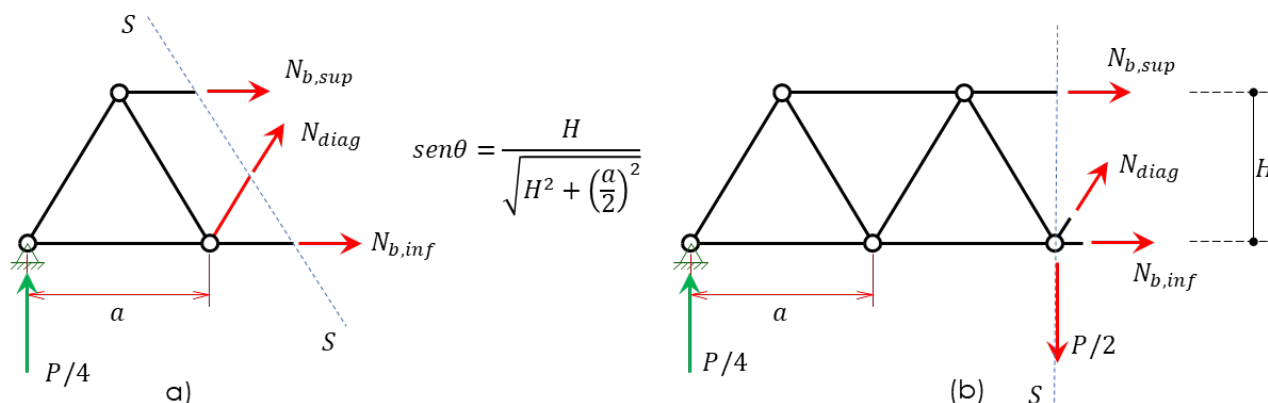
$$N_{diag} = -\frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{P}{4} \quad \text{Eq. [3]}$$

Fazendo um corte no trecho central da treliça, Figura 2.b, e aplicando o equilíbrio de momentos, o esforço normal no banzo superior é dado por:

$$\sum M_z = 0$$

$$N_{b,sup} = -\frac{PL}{8h} \quad \text{Eq. [4]}$$

Figura 2 – Corte S-S e esforços internos nas barras: a) corte diagonal; b) corte vertical



Fonte: elaborada pelos autores.

Em relação à barra diagonal, na iminência de ruptura, o esforço axial de compressão atuante no elemento é numericamente igual ao esforço normal resistente de cálculo:

$$R_{d,diag} = |N_{diag}| \quad \text{Eq. [5]}$$

Portanto, nessa condição de ruptura:

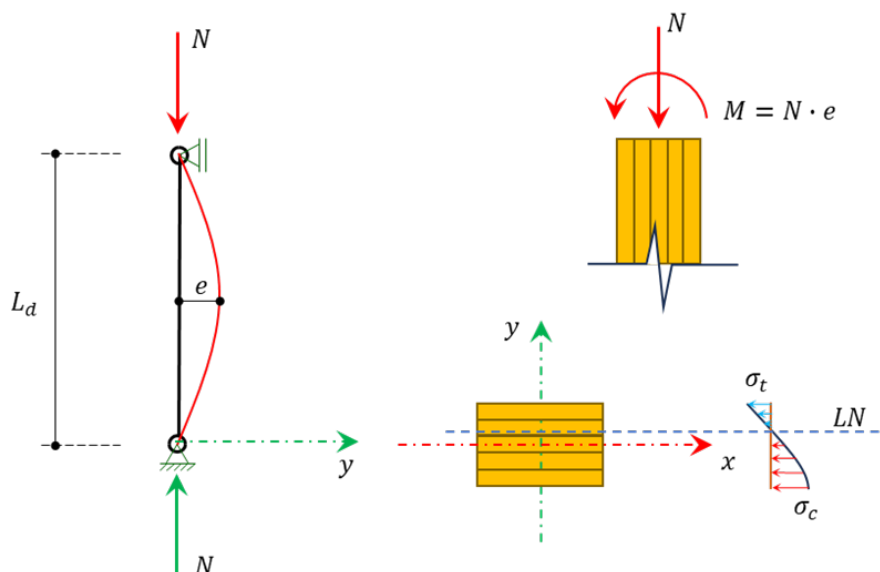
$$P_{diag} = 4 R_{d,diag} \sin \theta \quad \text{Eq. [6]}$$

Para o caso de ruptura do banzo superior:

$$P_{b,sup} = \frac{8 R_{d,b,sup} h}{L} \quad \text{Eq. [7]}$$

O comportamento estrutural de barras sujeitas a crescentes esforços axiais de compressão é caracterizado por um aumento não linear dos deslocamentos laterais ao eixo longitudinal (ver Figura 3). A excentricidade causa o surgimento de momentos fletores de segunda ordem e plastificação da seção central, o que pode levar à perda de estabilidade e à ruptura do elemento. Para efeito de projeto, esse fenômeno deve ser levado em consideração.

Figura 3 – Comportamento estrutural de uma barra comprimida



Fonte: elaborada pelos autores.

Assim, pode-se estimar a carga de ruptura da ponte a partir do conhecimento da resistência à compressão do banzo superior e das diagonais. Para isso, deve-se considerar, de acordo com a NBR 7190-1 (ABNT, 2022), a condição de estabilidade das peças comprimidas e flexo-comprimidas, quando os índices de esbeltez relativa forem superiores a 0,3, expressa pelas inequações a seguir:

$$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cx} f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{m,d}} + k_M \frac{\sigma_{My,d}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{Eq. [8]}$$

$$\frac{\sigma_{Nc,d}}{k_{cy} f_{c0,d}} + k_M \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{m,d}} \leq 1,0 \quad \text{Eq. [9]}$$

em que $\sigma_{Nc,d}$ é o valor de cálculo da parcela de tensão normal atuante em virtude apenas da força normal de compressão; σ_M é a tensão normal de flexão proveniente do momento fletor de primeira ordem, devido às forças laterais, às excentricidades na aplicação das forças axiais, à curvatura inicial da barra, às deformações induzidas ou a quaisquer outras situações em que haja momentos fletores de primeira ordem atuando na peça; para barras de seção retangular: $k_M = 0,7$.

No dimensionamento de barras submetidas apenas à compressão axial, o momento de primeira ordem devido à excentricidade de aplicação das forças é igual a zero, anulando-se as duas últimas parcelas das Eq. [10] e Eq. [11].



Os coeficientes redutores k_{cx} e k_{cy} levam em consideração as imperfeições geométricas das barras comprimidas e os efeitos de segunda ordem locais. No contexto da NBR7190-1 (ABNT, 2002), há uma condição de alinhamento em função do comprimento da barra (L). Para peças de madeira serrada, o limite é dado por $L/300$ e, para madeira laminada colada, $L/500$. Os fatores de redução k_{cx} e k_{cy} são calculados pelas seguintes expressões:

$$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{(k_x)^2 - (\lambda_{rel,x})^2}} \quad \text{Eq. [10]}$$

$$k_{cy} = \frac{1}{k_y + \sqrt{(k_y)^2 - (\lambda_{rel,y})^2}} \quad \text{Eq. [11]}$$

em que:

$$k_x = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel,x} - 0,3) + (\lambda_{rel,x})^2 \right] \quad \text{Eq. [12]}$$

$$k_y = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel,y} - 0,3) + (\lambda_{rel,y})^2 \right] \quad \text{Eq. [13]}$$

em que β_c é um fator para peças estruturais que atendam aos limites de divergência de alinhamento. Para madeira maciça serrada e peças roliças, o fator β_c vale 0,2; para madeira laminada colada (MLC), vale 0,1.

Nas verificações de estados limites últimos, referentes à estabilidade de peças comprimidas e flexo-comprimidas, deve ser utilizado o valor característico para o módulo de elasticidade ($E_{0,05}$), tomado como sendo igual a 70% do valor médio do módulo de elasticidade.

Os índices de esbeltez relativa ($\lambda_{rel,x}$ e $\lambda_{rel,y}$) são dados pelas seguintes expressões:

$$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} \quad \text{Eq. [14]}$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} \quad \text{Eq. [15]}$$

ESTUDO DE CASO

Uma ponte com palitos de picolé, formada por duas treliças planas do tipo Warren, foi produzida e ensaiada durante a 7ª edição da Competição Anual da UFERSA, conforme ilustrado na Figura 4.

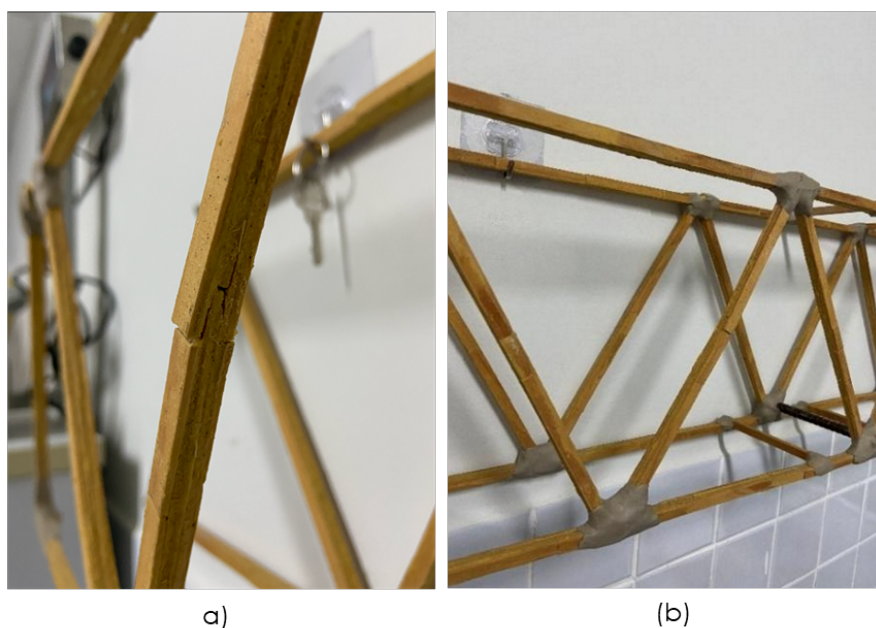
Figura 4 – Ponte ensaiada



Fonte: elaborada pelos autores.

A ponte apresentou ruptura por perda de estabilidade de uma das diagonais comprimidas, conforme apresentado nas Figuras 5.a e 5.b. A carga de ruptura da ponte foi de 710 N. Na Tabela 1 é apresentada a quantidade de palitos utilizada em cada uma das barras das treliças da ponte, além das dimensões da ponte.

Figura 5 – Perda de estabilidade de diagonal comprimida: a) perda de retilineidade da diagonal; (b) detalhe da emenda na seção central



Fonte: elaborada pelos autores.

Tabela 1 – Resumo das propriedades geométricas da ponte

Prop.	n_{pal}	a	L	H	θ
Valor	Diagonal: 5 B. Sup: 8 B. Inf: 5	26 cm	104cm	23cm	60,52°

Fonte: elaborada pelos autores.

As pontes são fabricadas com palitos de madeira da espécie *Pinus Elliotti* da classe C35. Segundo a NBR 7190-1 (ABNT, 2022), a resistência característica à compressão paralela às fibras (f_{c0k}) para madeira da classe C35, a 15% de umidade, é de 25 MPa. Um resumo das principais propriedades mecânicas da madeira é apresentado na Tabela 2. Além disso, por se tratar de uma estimativa de carga com valores característicos, foi adotado $\gamma_w = 1,0$.

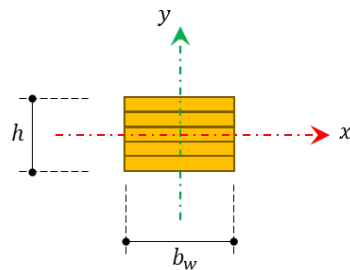
Tabela 2 – Propriedades mecânicas da madeira

Propriedade	f_{c0k} (MPa)	E_{0m} (MPa)	k_{mod1}	k_{mod2}
Valor	25	13000	1,10	0,90

Fonte: elaborada pelos autores.

A ruptura da ponte se deu por perda de estabilidade da diagonal comprimida, com a seção central dessa barra sofrendo deslocamentos laterais consideráveis, em virtude da flexão da barra em torno do eixo com maior índice de esbeltez. Ressalta-se que a variável “h” é medida perpendicularmente ao plano da treliça e “b_w”, no plano da treliça. Nos Quadros 1 e 2, são apresentados resumos das propriedades geométricas das seções transversais da diagonal e do banzo superior, respectivamente.

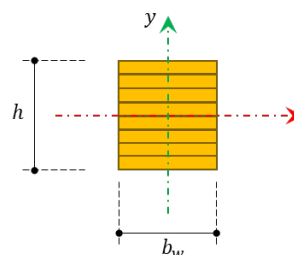
Quadro 1 – Resumo das propriedades geométricas da seção transversal da diagonal

Espessura do palito: $h_0 = 1,94mm$ Largura do palito: $b_w = 8,58mm$ Comprimento da diagonal: $L_d = \sqrt{H^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 26,42cm$ Altura da seção com n palitos: $h = n \cdot h_0 = 9,7mm$ Inércia em torno do eixo x: $I_x = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = 652,56cm^4$ Inércia em torno do eixo y: $I_y = \frac{h \cdot b_w^3}{12} = 570,57cm^4$ Área da seção: $A = b_w \cdot h = 83,23cm^2$ Raio de giração em torno de x: $r_x = 2,8mm$ Raio de giração em torno de y: $r_y = 2,48mm$ Esbeltez em torno do eixo x: $\lambda_x = \frac{L_d}{r_x} = 94,35$ Esbeltez em torno do eixo y: $\lambda_y = \frac{L_d}{r_y} = 106,67$	 Esbeltez relativa em torno do eixo x: $\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = 1,57$ Esbeltez relativa em torno do eixo y: $\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = 1,78$
--	---

Fonte: elaborado pelos autores.

Quadro 2 – Resumo das propriedades geométricas da seção transversal do banco superior

Espessura do palito: $h_0 = 1,94mm$
 Largura do palito: $b_w = 8,58mm$
 Comprimento entre nós: $a = 26,42cm$
 Altura da seção com n palitos: $h = n \cdot h_0 = 15,52mm$
 Inércia em torno do eixo x: $I_x = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = 2672,89cm^4$
 Inércia em torno do eixo y: $I_y = \frac{h \cdot b_w^3}{12} = 816,91cm^4$
 Área da seção: $A = b_w \cdot h = 133,16cm^2$
 Raio de giração em torno de x: $r_x = 4,48mm$
 Raio de giração em torno de y: $r_y = 2,48mm$
 Esbeltez em torno do eixo x: $\lambda_x = \frac{L_d}{r_x} = 58,03$
 Esbeltez em torno do eixo y: $\lambda_y = \frac{L_d}{r_y} = 104,97$



Esbeltez relativa em torno do eixo x:

$$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = 0,97$$

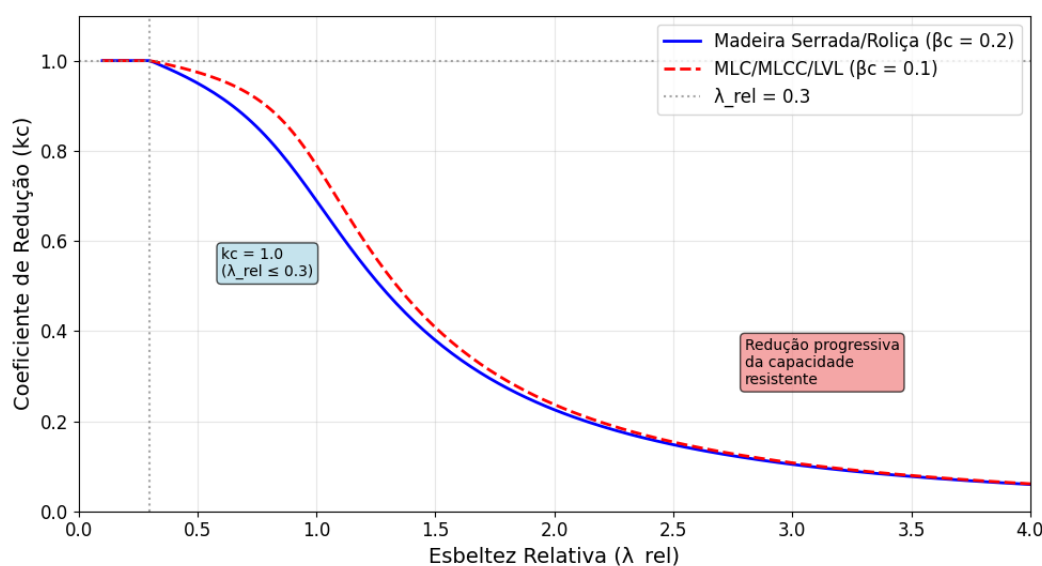
Esbeltez relativa em torno do eixo y:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = 1,75$$

Fonte: elaborado pelos autores.

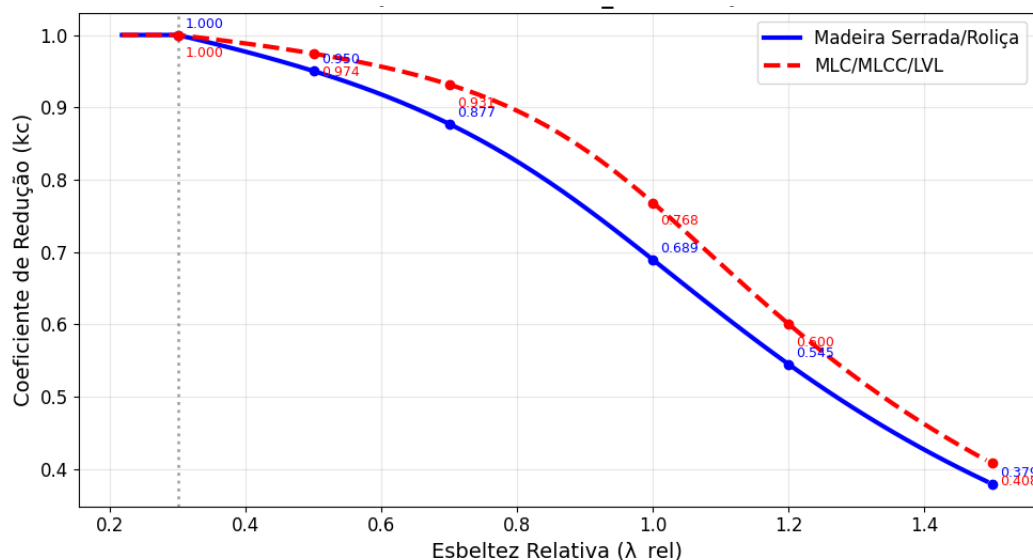
Para avaliar a influência do fator β_c no cálculo da resistência à compressão diagonal, duas curvas do fator de redução k_c versus a esbeltez relativa são apresentadas na Figura 6 e, em detalhe, na Figura 7, conforme a Eq. [12]. Duas situações distintas foram consideradas para o fator β_c : madeira serrada e madeira laminada colada (MLC). Devido à esbeltez relativa da diagonal ser superior a 1,5, o fator não exerce influência significativa na determinação da resistência à compressão do elemento em questão. Para β_c igual a 0,2 e 0,1, com $\lambda_{rel} = 1,5$, o coeficiente k_c varia de 0,408 para 0,379, com diferença de apenas 7,11%.

Figura 6 – Coeficiente de redução k_c em função da esbeltez relativa para diferentes tipos de madeira conforme expressão da NBR 7190-1 (2022)



Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 7 – Região de transição do coeficiente de redução k_c em função da esbeltez relativa para diferentes tipos de madeira conforme expressão da NBR 7190-1 (2022)



Fonte: elaborada pelos autores.

Pela análise das seções brutas do banzo superior e da diagonal, foram obtidas as resistências das barras (R_d) e a capacidade de carga da ponte (P), indicadas na Tabela 3. O mecanismo de ruptura da ponte, pela análise dos resultados, é o que dá a menor resistência, o que leva a concluir que a ruptura da ponte se deu por perda de estabilidade do banzo superior.

Os resultados apresentados na Tabela 3 apontam que os dados experimentais divergem significativamente das previsões teóricas. Como já foi dito, a ruptura da ponte se deu por perda de estabilidade da diagonal, com flexão em torno do eixo x da barra (deslocamentos para fora do plano da treliça). Assim, há diferenças tanto em relação ao valor da previsão de carga de ruptura como também no modo de ruptura da ponte.

Tabela 3 – Resultados da capacidade de carga da ponte

Barra	R_d (N)	P (N)
Banzo Superior	1005,98 N	1779,8 N
Diagonal	609,91 N	2123,86 N

Fonte: elaborada pelos autores.

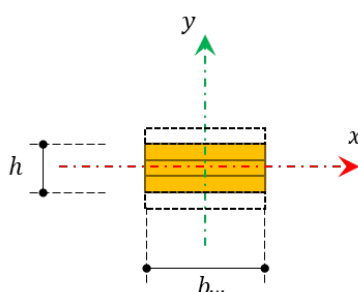
Essas diferenças ocorrem devido a aspectos construtivos, principalmente em relação à posição das emendas na barra diagonal que apresentou ruptura (ver Figura 5b). Na seção central da diagonal, houve emenda de palitos junto às faces externas. Na condição de perda de estabilidade, a barra sofre deslocamentos

laterais que tendem a aumentar à medida que o carregamento aumenta. Com isso, a seção central da diagonal fica sujeita à flexão, com tensões normais máximas nas faces externas, onde foram executadas as emendas (ver Figura 5b). Logo, nessa seção, há uma redução considerável da rigidez à flexão do elemento.

Para tanto, foi feita uma modificação na seção transversal efetiva da barra, considerando uma redução de cinco para três palitos, em razão da perda de eficiência das duas emendas nas faces externas. Um novo resumo das propriedades geométricas da seção transversal da diagonal é apresentado no Quadro 3. Nessa condição, a resistência à compressão da barra sofre uma redução para 172,7 N (71% de redução), e a capacidade de carga da ponte é reduzida para 601,64 N. A diferença entre a previsão e a carga de ruptura obtida na competição (710 N) é de 15,3%.

O modo de ruptura da ponte ocorreu por perda de estabilidade da diagonal comprimida. Além disso, a esbeltez relativa da diagonal em relação ao eixo x é maior do que aquela em relação ao eixo y, conforme apontado no Quadro 3. Isso indica que a flexão da barra ocorre com deslocamentos perpendiculares ao plano da treliça, corroborando o que foi observado na ruptura da ponte.

Quadro 3 – Resumo das propriedades geométricas da seção transversal da diagonal

Espessura do palito: $h_0 = 1,94mm$ Largura do palito: $b_w = 8,58mm$ Comprimento da diagonal: $L_d = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 26,42cm$ Altura da seção com n palitos: $h = n \cdot h_0 = 5,82mm$ Inércia em torno do eixo x: $I_x = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = 140,95cm^4$ Inércia em torno do eixo y: $I_y = \frac{h \cdot b_w^3}{12} = 306,34cm^4$ Área da seção: $A = b_w \cdot h = 49,94cm^2$ Raio de giração em torno de x: $r_x = 1,68mm$ Raio de giração em torno de y: $r_y = 2,48mm$ Esbeltez em torno do eixo x: $\lambda_x = \frac{L_d}{r_x} = 157,25$ Esbeltez em torno do eixo y: $\lambda_y = \frac{L_d}{r_y} = 106,67$	 Esbeltez relativa em torno do eixo x: $\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = 2,62$ Esbeltez relativa em torno do eixo y: $\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} = 1,78$
--	--

Fonte: elaborado pelos autores.

A resistência à compressão da barra possui uma grande sensibilidade em relação ao módulo de elasticidade, principalmente para barras esbeltas. Conforme apontado por Frangi, Steiger e Theiler (2015), uma sugestão é empregar $80\%E_{com}$ (10400MPa) no cálculo da resistência à compressão da barra. A resistência à compressão da diagonal sofre um acréscimo para 196,8N, e a capacidade de



carga da ponte é reduzida para 685,4 N. A diferença entre a previsão e a carga de ruptura na competição (710 N) é de 3,5%.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com as previsões realizadas para a resistência à compressão de barras comprimidas, o modo de ruptura e a capacidade de carga do estudo de caso, podem ser destacadas as seguintes conclusões:

- A metodologia proposta, fundamentada na NBR 7190-1 (ABNT, 2022), com adaptações para considerar a redução efetiva da seção transversal devido às imperfeições construtivas, mostrou-se capaz de prever a carga de ruptura de pontes de palitos de picolé com erro inferior a 4%, quando consideradas as condições reais das emendas e a utilização de módulo de elasticidade reduzido ($0,8E_{com}$), conforme sugerido por Frangi, Steiger e Theiler (2015).
- A sensibilidade da resistência à compressão da diagonal ao módulo de elasticidade ficou evidente, especialmente para elementos esbeltos. A adoção de $E_{0,05} = 0,7E_{c0,m}$, conforme a norma, resultou em estimativas conservadoras, enquanto o uso de $0,8E_{c0,m}$ aproximou significativamente os valores teóricos dos experimentais.
- Erros experimentais ocorridos na etapa de construção da ponte influenciaram decisivamente o modo de ruptura e a capacidade de carga. Emendas posicionadas na região central de barras comprimidas, onde o esforço é maior, contribuíram para a redução da rigidez à flexão e para a alteração da esbeltez efetiva do elemento. Isso reforça a importância do controle de qualidade durante a execução.

Do ponto de vista do ensino voltado para a área de estruturas, o exemplo discutido pode ser considerado uma aplicação inovadora e com potencial para ser abordada nos cursos de graduação. Os alunos são estimulados a investigar e estudar os mecanismos de ruptura e perda de estabilidade, além de fundamentar a proposição de melhores técnicas construtivas para os sistemas treliçados. Demonstra-se como um problema de perda de estabilidade de barras submetidas à compressão pode ser analisado com o auxílio de ferramentas computacionais, permitindo a obtenção de resultados mais consistentes. Como última observação, ressalta-se que a metodologia apresentada neste trabalho foi desenvolvida para



o caso de pontes que apresentam ruptura por perda de estabilidade das barras comprimidas, não englobando os demais casos.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos à UFERSA pelo contínuo apoio ao desenvolvimento da competição e à pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 7190-1: projeto de estruturas de madeira – Parte 1: critérios de dimensionamento**. 1. ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- EHRHART, T. **European beech glued laminated timber**. 2019. 200 p. Tese (Doutorado) – ETH Zurich, Zurich, 2019. Disponível em: <https://www.research-collection.ethz.ch/entities/publication/63965792-ba1d-4c72-becb-47aceec83ac6>. Acesso em: 18 mai. 2026.
- FRANGI, A.; STEIGER, R.; THEILER, M. Design of timber members subjected to axial compression or combined axial compression and bending based on 2nd order theory. In: INTERNATIONAL NETWORK ON TIMBER ENGINEERING RESEARCH (INTER), 48., 2015, Šibenik. **Proceedings [...]**. Karlsruhe: Timber Scientific Publishing, p. 45–58, 2015.
- HASSAN, O. A. B. On the structural stability of timber members to Eurocode. **Mechanics Based Design of Structures and Machines**, v. 47, n. 5, p. 647–657, 2019.
- SILVA, F. Á. da; SOUSA, C. R. C. de; TIMOTEO JÚNIOR, J. F. Metodologia para construir pontes com palito de picolé. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 43, p. 45–61, 2024.
- THEILER, M.; FRANGI, A.; STEIGER, R. Design of timber columns based on 2nd order structural analysis. In: CIB-W18 MEETING, 45., 2012, Växjö. **Proceedings [...]**. Växjö, Sweden, 27–30 ago. 2012.