

O PAPEL DAS FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS AVANÇADAS NO ENSINO DE ENGENHARIA

THE ROLE OF ADVANCED COMPUTATIONAL TOOLS IN ENGINEERING TEACHING

Marcos Antonio Albarracin Manrique¹, José Marques Póvoa²

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v39p3-13.2020

RESUMO

Tradicionalmente, entre os principais assuntos abordados nos primeiros anos da grade curricular da carreira de Engenharia, são encontradas disciplinas de Cálculo, Física Geral e Modelagem Computacional. A Física é uma matéria fundamental em Engenharia, por isso se torna naturalmente apropriado introduzir o uso do Cálculo Matemático e os Métodos Computacionais como ferramentas úteis e importantes no contexto da compreensão e solução de sistemas físicos existentes em nosso entorno. Porém, devido à rapidez com que avanços científicos, numéricos e tecnológicos vêm sendo produzidos atualmente, sistemas físicos e modelos matemáticos, que antes eram considerados avançados, agora têm que ser estudados em detalhe durante os primeiros anos da graduação em Engenharia. Isso é feito por meio da implementação de aulas práticas de Modelagem Computacional, utilizando-se ferramentas computacionais avançadas, a fim de abordar os novos modelos de uma forma mais realista e criando-se independência no desenvolvimento dos estudantes. No presente trabalho, serão ilustradas essas ideias por meio da análise de sistemas dinâmicos caóticos, os quais ocorrem amplamente em sistemas mecânicos naturais e artificiais e que vêm causando crescente interesse entre engenheiros e cientistas aplicados devido ao seu caráter tecnológico e interdisciplinar. As ideias e planejamentos básicos deste trabalho foram experimentados no curso de Matemática Avançada para Engenharia para estudantes do segundo ano de graduação em Engenharia de Inovação do Instituto Superior de Inovação e Tecnologia (ISITEC), de São Paulo, em 2017.

Palavras-chave: ensino de Física para engenheiros; sistemas caóticos; ensino assistido por computador.

ABSTRACT

Traditionally, among the main subjects addressed in the first years of the curriculum of the Engineering career, are found disciplines of Calculus, General Physics and Computational Modeling. Since Physics is a fundamental subject in Engineering, it is naturally appropriate to introduce the use of Mathematical Calculus and Computational Methods as useful tools in the context of the understanding and solution of physical systems. However, due to the rapidity with which technological advances are being developed, physical systems and mathematical models, which were previously considered advanced, now have to be studied in detail during the first years of the Engineering degree. This is done by implementing practical Computational Modeling classes using advanced computational tools to address the new models in a more realistic way and creating independence in student development. In the present work, we will illustrate these ideas through the analysis of chaotic systems, which occur widely in natural and artificial systems, and which has been causing growing interest among applied engineers and scientists due to their interdisciplinary character. The ideas and basic planning of this work were tested in the “Advanced Mathematics for

¹ Professor Dr. em Ciências, Instituto Superior de Inovação e Tecnologia (ISITEC); marcos.manrique@isitec.edu.br

² Professor Dr. em Ciências, Coordenador, Instituto Superior de Inovação e Tecnologia (ISITEC)

Engineering” course for undergraduate students in Innovation Engineering (ISITEC), São Paulo-Brazil, in 2017.

Keywords: Physics teaching for engineers; chaotic systems; computer assisted teaching.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, os computadores têm sido considerados parte essencial em muitas esferas da sociedade e são normalmente encontrados em todos os níveis de ensino. A ligação entre computador, processo de ensino e aprendizado tem sido um processo contínuo e importante nos últimos anos (ZAMFIR, 2008).

Diversos tipos de *softwares* científicos de alto desempenho, voltados para o cálculo numérico, têm sido desenvolvidos e utilizados como ferramentas para o ensino. O impacto do uso de computadores no ensino de Engenharia é grande, devido à forma como os professores modificaram profundamente sua metodologia de ensino e à maneira como os estudantes começaram a interagir e aprender os novos conceitos. Tal impacto já era esperado pela comunidade internacional de Engenharia desde finais do século passado, quando se estimava que cada nova tecnologia ganhasse mais espaço no processo de ensino (BOARD ON ENGINEERING EDUCATION, 1995).

Um fato inegável é que o uso de computadores e *softwares* científicos torna o processo de ensino, e subsequentemente o de aprendizado, mais otimizado, interessante e significativo, sendo cada vez mais importante no perfil de um engenheiro. Os estudantes experimentam um melhor preparo para a vida científica e laboral, como também para a integração social (MANASSAH, 2001; SCHÄFER, 2006). Atualmente existem inumeráveis ferramentas computacionais para modelagem, simulação, otimização e visualização de processos tecnológicos. Essas ferramentas experimentam crescentes avanços. Técnicas – tais como Elementos Finitos (MEF), Volumes Finitos (MVF) entre outras – periodicamente são aperfeiçoadas com novos e eficazes algoritmos matemáticos (KOREN; VUIK, 2010), possibilitando o estudo de novas aplicações tecnológicas em sistemas extremamente complexos.

O uso de técnicas computacionais constitui uma boa alternativa em substituição a experiências complicadas e caras, sobretudo nos países em desenvolvimento. A computação científica lida com modelos matemáticos e técnicas numéricas aplicadas a problemas tecnológicos com ajuda dos computadores. A modelagem numérica encontra aplicabilidade em campos, tais como Ciências Naturais e Humanas e Sociais. Sobretudo, a modelagem numérica representa uma ferramenta útil para a Engenharia, permitindo o estudo de sistemas complexos em que soluções analíticas são impossíveis de serem estudadas por experimentação direta.

No ensino de modelagem de sistemas físico-matemáticos, o computador tem sido usado para a familiarização dos estudantes com as características e procedimentos por trás das atividades técnicas e científicas. Também tem sido usado para tornar o processo de ensino e de aprendizado mais acessíveis, tornando-se uma ferramenta valiosa para os professores na introdução de conceitos mais complexos (TIMBERLAKE, 2004; TIMBERLAKE; HASBUN, 2008; ENNS; MCGUIRE, 2001).

Os computadores são ferramentas úteis no ensino de Engenharia. Porém, sua utilização costuma limitar-se à solução de problemas através da alteração de parâmetros básicos dos modelos físico-matemáticos de uma forma mecânica. A prática seria efetivamente benéfica à formação dos futuros engenheiros se promovesse a construção dos modelos físico-matemáticos e não a sua simples utilização (SERWAY; JEWETT, 2003; KNIGHT, 2008).

No caso da Engenharia de Inovação, a construção dos modelos físico-matemáticos é muito importante, já que permite ao estudante o desenvolvimento de diversas competências profissionais essenciais. Portanto, é esperado que nos próximos anos o uso dos computadores, *softwares* interativos de alta performance, Física, Cálculo Matemático e Cálculo Numérico Avançado, em uma relação

unívoca, terão um caráter necessário e obrigatório no ensino e formação dos futuros engenheiros, que devem ser capazes de inovar e empreender, visando a transformar e a humanizar a sociedade em que vivem.

Nem sempre a integração das ferramentas matemáticas e computacionais é devidamente atingida nos primeiros anos da carreira. Um problema facilmente identificável é que as universidades frequentemente ensinam essas ferramentas sem conexão com as diversas aplicações que solucionam problemas reais e específicos e que são, sem dúvidas, o maior objetivo no ensino de Engenharia. A partir do conhecimento em Cálculo, Física e Programação – tópicos habituais no programa do primeiro ano de Engenharia –, é natural pensar na integração apropriada, dentro do contexto da modelagem teórica e computacional e cujo enfoque possa integrar de forma direta e eficiente os aspectos analíticos, computacionais e, posteriormente, experimentais.

No presente trabalho será mostrado como, no contexto da análise de dois sistemas caóticos, os estudantes podem integrar ferramentas de programação e métodos numéricos avançados, juntamente com as leis físicas, para enfrentar situações realistas, diferentes daquelas que normalmente podem ser tratadas em aulas tradicionais. A interação dos estudantes de Engenharia com problemas de Modelagem Computacional aumenta sua motivação, incorporando-os em cenários que trazem esquemas de trabalho muito semelhantes aos cenários reais que enfrentam os engenheiros na atualidade.

Introduzimos, como problema de Modelagem Computacional, os sistemas caóticos que são problemas complexos, porém, típicos na ciência e tecnologia (SEOANE; ZAMBRANO; SANJUÁN, 2008; STROGATZ, 1994; MIRANDA, 2004; MOON, 2004). A análise dos sistemas caóticos é abordada no curso de Matemática Avançada para Engenharia. Essa disciplina é oferecida a estudantes do segundo ano de graduação do ISITEC (ALBARRACIN et al., 2017).

Especificamente, apresentaremos dois sistemas caóticos nos quais a Modelagem Computacional se faz fundamental. O primeiro

sistema trata das “Reações Catalíticas”. Esse tema é importante no âmbito da Engenharia Química, em que processos industriais que empregam transformações físico-químicas são importantes (CARBERRY, 1976). No segundo sistema se estuda o fenômeno conhecido como “Circuito Elétrico de Chua”, composto por uma rede de elementos lineares passivos conectados a um componente não-linear ativo conhecido como diodo de Chua (CHUA et al., 1993), muito estudado em Engenharia Eletrônica como também em estudos de sincronização, sistemas de comunicações, processamento de imagens, redes neurais, memórias associativas dinâmicas entre outras (WYK; STEEB, 1997; MUNUZURI; CHUA, 1997; ITOH; CHUA, 2004).

Além da ênfase na abordagem computacional dos sistemas caóticos e sobre como essa abordagem ajuda a melhorar as possibilidades didáticas e análise dos sistemas, também falaremos sobre o modo como essas ferramentas são introduzidas na disciplina. Ressaltaremos que técnicas – como análise gráfica, comparação entre abordagens analíticas e numéricas e uso integrado de ferramentas matemáticas e computacionais – estão incluídas no estudo dos sistemas.

FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS NO ENSINO DE ENGENHARIA

As ferramentas computacionais são geralmente evitadas no primeiro ano do ensino de Engenharia, uma vez que sua utilização implica enfrentar conceitos profundos e trabalhosos de Cálculo Numérico. Quando as ferramentas numéricas aparecem na grade curricular de Engenharia, por exemplo, em disciplinas como Métodos Numéricos para Engenharia, são enfocadas somente do ponto de vista matemático, acompanhadas de algumas simples aplicações, deixando de lado aplicações de grande importância para a inovação tecnológica.

Temas como sistemas não lineares ou técnicas de MEF e MVF e suas aplicações em Engenharia são erroneamente postergados a disciplinas de pós-graduação. No caso dos sistemas não lineares, a não atenção dada a eles

pelos cursos de Engenharia limitam o espectro de aplicações dirigidos à criação de novas tecnologias e trabalhos de inovação. Há alguns anos, sistemas caóticos têm captado a atenção em Engenharias que são consideradas “tradicionais”, como Mecânica, Civil, Eletrônica e Química (BAKER; MCROBIE; THOMPSON, 1997). Da mesma forma como acontece com os sistemas caóticos, podemos elencar problemas para os temas de dinâmica de fluidos e eletrodinâmica computacional, os quais constituem o marco principal para o desenvolvimento de tecnologias futuras.

Na carreira de Engenharia de Inovação do ISITEC utilizamos uma nova cultura educacional, na qual o professor não detém o monopólio do saber e o estudante participa de forma contínua e efetiva, contribuindo, buscando conhecimentos, trocando experiências e decidindo as melhores soluções. Essas características formam um sistema no desenvolvimento de habilidades específicas dentro de um tópico. O caráter das disciplinas é completamente multidisciplinar e voltado para tecnologia e inovação, já que no mundo de hoje não cabe mais restringir-se a uma especialidade ou área de atuação. Com essa proposta, pretendemos desenvolver uma sólida formação nas competências tecnológicas, o que significa maior dedicação nas disciplinas quando comparadas a outros cursos de Engenharia.

Sobre essa proposta, as ferramentas computacionais são oferecidas para os estudantes desde o primeiro ano, através de uma série de disciplinas que, em princípio, colocam o aluno em interação constante com *softwares* científicos, linguagens de programação (Fortran, C++, Matlab, Octave etc.) e técnicas numéricas de média e alta complexidade, mostrando-lhes a importância delas para a modelagem de problemas realísticos e também para evidenciar a integração existente entre as diferentes disciplinas da carreira. Nossa proposta representa uma contribuição na direção do desenvolvimento de competências profissionais através da integração interdisciplinar.

MODELAGEM COMPUTACIONAL

Aqui será apresentado um resumo dos reportes finais apresentados pelos estudantes. Os dois sistemas caóticos descritos a seguir foram estudados pelos alunos da disciplina Matemática Avançada para Engenharia, do segundo ano de graduação em Engenharia de Inovação do ISITEC.

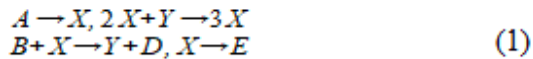
Comportamento Caótico das Reações Autocatalíticas

Parte importante no estudo da Química, a Cinética Química aborda a velocidade de reações químicas e fatores que a influenciam (STROGATZ, 1994; CARBERRY, 1976; EPSTEIN; POJMAN, 1998). Aqui abordaremos reações autocatalíticas, aquelas que por si só possuem um componente que aumenta a velocidade do processo. No tratamento de modelos como Brusselator e Bifurcação de Hopf, tem-se como objetivo analisar computacionalmente o possível comportamento caótico das reações, além de compreender seus aspectos matemáticos.

Existem diversos tipos de reações autocatalíticas que, por conta de fatores externos, apresentam comportamento caótico. Este trabalho tem como objetivo o estudo do caos em Cinética Química e processos catalíticos. Um processo catalítico é definido como sendo todo fenômeno químico ou físico impulsionado por um catalisador, o qual é responsável por acelerar ou retardar o processo químico.

Reações autocatalíticas são aquelas que utilizam um catalisador, ou seja, possuem uma substância capaz de aumentar a velocidade da reação sem participar dela, pois, ao final do processo, essa substância é regenerada. Esse tipo de reação se processa mais facilmente por haver uma diminuição da energia de ativação do processo.

O modelo de Brusselator (DOS SANTOS, 2010) é um exemplo particular de reação autocatalítica oscilante e se caracteriza por reações do tipo:



O produto X, sintetizado a partir de A e degradado sob a forma de E, está em relação de catálise mútua com um produto Y, produzindo uma cadeia reacional. Para que apareça uma estrutura dissipativa, precisa haver o efeito intercatalítico, onde X conduz a Y, e Y conduz a X. Essa dissipação ocorre nos pontos de bifurcação, no qual se iniciam novas ramificações. As oscilações do Brusselator não dependem da quantidade de reagente presente inicialmente. Em vez disso, após um tempo suficiente, as oscilações se aproximam de um ciclo limite, em que, a partir disso, passa a se comportar como um sistema não estável, ou seja, como um sistema caótico. As equações diferenciais que representam as reações dadas em forma não dimensional são:

$$\frac{dX}{dt} = 1 - (b+1)X + aX^2 Y, \quad (2)$$

$$\frac{dY}{dt} = bX - aX^2 Y. \quad (3)$$

Os reatores A e B são assumidos estando em largo excesso, de forma que suas concentrações não mudam com o tempo; a e b são parâmetros constantes. Os pontos de equilíbrios das equações diferenciais são dados pela resolução do sistema:

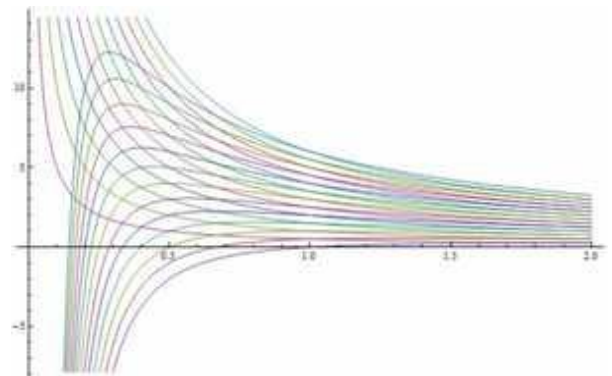
$$\begin{aligned} 1 - (b+1)X + aX^2 Y &= 0 \\ bX - aX^2 Y &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

A partir disso, são obtidos $X=1$ e $Y=a/b$, sendo $(1, a/b)$ o único ponto de equilíbrio do sistema. Calculando-se a matriz Jacobiana, conclui-se que como $(a > 0)$, a determinante da Jacobiana é (> 0) , o que significa que $(1, a/b)$ não é um ponto de sela. Usando-se o traço “ t ” da matriz Jacobiana se conclui que se $b < a + 1$, $t < 0$ o ponto de equilíbrio é um atrator e se $b > a + 1$, $t > 0$ o ponto de equilíbrio é um repulsor. As isóclinas de crescimento para valores nulos de X' e Y' são:

$$X=0, \quad Y = \frac{(b+1)X-1}{aX^2} \quad \text{e} \quad Y = \frac{b}{aX} \quad (5)$$

Assumindo-se o valor de 1 para “a” e os valores de 0 a 6 com passo de 0.5 para “b”, plotando as funções encontradas como isóclinas (5), tem-se a Figura 1.

Figura 1 – Plotagem, Y vs X, das isóclinas de crescimento nulo com $0 \leq b \leq 6$

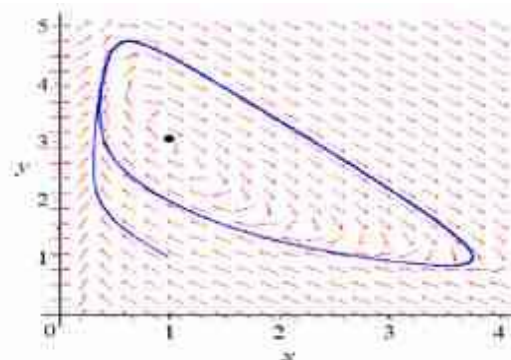


Fonte: elaborada pelos autores.

Da figura 1, é possível observar que os pontos de intersecção das isóclinas são sempre $(1, b/a)$. Quaisquer que sejam os valores analisados, podemos perceber semelhanças, como, por exemplo, no ponto de tendência. O modelo de Brusselator tem como ponto de tendência $(1, b/a)$, isto é, independente dos valores atribuídos para as constantes a e b, teremos um mesmo ponto. Ao redor desse ponto, criando ou não o chamado “efeito caótico”, podemos perceber que existe um certo fluxo das linhas criadas graficamente. Isso pode ser observado na Figura 2.

A Figura 2 representa uma Bifurcação de Hopf para o modelo de Brusselator quando $a=1$ e $b=3$. A Bifurcação de Hopf toma lugar quando $b=1+a^2$. A Bifurcação de Hopf (TIBA, 2015) é definida a partir da existência de um par de autovalores da matriz Jacobiana puramente imaginários.

Figura 2 – Linhas de fluxo que rodeiam o ponto de intersecção



Fonte: elaborada pelos autores.

Admite-se um parâmetro α como sendo o parâmetro de bifurcação. Quando este assume um valor crítico, ocorre o surgimento de uma órbita periódica a partir de um estado de equilíbrio. Essa bifurcação é um sistema que implica no surgimento de um ciclo limite, cuja estabilidade depende do sinal do primeiro coeficiente de Lyapunov (l_1). Coeficiente de Lyapunov é a divergência exponencial das condições iniciais de um sistema caótico. Ou seja, considerando duas trajetórias que se comportam caoticamente, esse coeficiente é a taxa com que a distância entre as duas aumenta em relação ao tempo. A estabilidade em dependência do coeficiente l_1 ocorre da seguinte forma: se $l_1 > 0$ o ciclo limite é instável e a bifurcação de Hopf subcrítica. Se $l_1 < 0$ o ciclo limite é estável e a bifurcação de Hopf supercrítica.

Este tipo de modelagem é muito utilizado no estudo de reatores perfeitamente agitados e no estudo de outras áreas, como, por exemplo, crescimento e controle populacional, em que podemos perceber a estabilidade de uma determinada população considerando algum tipo de doença, praga ou mesmo os altos índices de mortalidade.

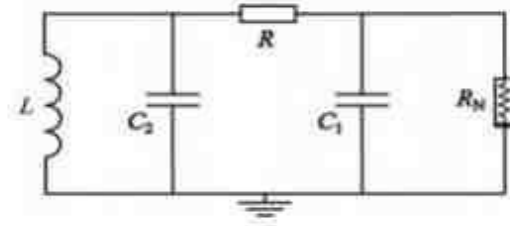
Comportamento Caótico no Circuito Eletrônico de Chua

Muitos fenômenos naturais tendem a se estabilizar com o passar do tempo ou a se desfazer por completo quando instáveis. Porém, em alguns casos, apresentam um fenômeno fundamental de instabilidade chamado “sensibilidade às condições iniciais” que, modulando uma propriedade suplementar de recorrência, torna-os não previsíveis na prática a longo prazo. Isso é tratado em “Teoria do Caos”, que estuda sistemas complexos rigorosamente deterministas, mas que apresentam tal fenômeno. Um exemplo de sistema caótico é um circuito conhecido como “Circuito de Chua”, introduzido em 1983 por Leon Ong Chua (CHUA et al., 1993).

O circuito consiste em um circuito simples formado por elementos lineares passivos (resistor, indutor e capacitores) conectados a um elemento não-linear ativo, o “diodo de Chua”, que possui resistência negativa e permite que o circuito se mantenha oscilando de

forma autônoma (SIDERSKIY; KAPILA, 2014) (Figura 3).

Figura 3 – Esquemático do circuito de Chua



Fonte: acervo dos autores.

O circuito é analisado em duas partes (VALERIO, 2014): na primeira, considerando o circuito formado pelo indutor e pelo capacitor C_2 ; e, na segunda, sendo formado pelo diodo de Chua (R_n) em conjunto com o capacitor C_1 . Na primeira parte do circuito, supondo que o capacitor C_2 esteja carregado, temos um comportamento oscilatório periódico da corrente devido às características do capacitor em conjunto com o indutor, a corrente circula no indutor gerando uma diferença de potencial entre seus terminais, que se opõe à corrente até anulá-la. A corrente então inverte de sentido e carrega novamente o capacitor. Na segunda parte, considerando que o capacitor C_1 tenha uma pequena carga e sua tensão V_1 seja levemente positiva, a resposta da resistência negativa (diodo de Chua) é uma corrente i_r negativa, alimentando o capacitor, aumentando sua tensão e acarretando um aumento da corrente negativa do diodo de Chua.

O sistema ficará saturado caso essa energia não seja dissipada, por isso as duas partes são acopladas através do resistor. Assim, a oscilação da primeira parte do circuito será dissipada pelo resistor e alimentada pela segunda parte. O circuito é analisado em duas partes, o comportamento caótico ocorre porque o funcionamento periódico não depende somente do capacitor C_2 e do indutor, mas sim do equilíbrio entre as duas partes do circuito e do resistor que as acopla. Como o equilíbrio é instável, temos o comportamento caótico proposto por Chua. De acordo com a variação dos parâmetros do circuito, podem ser apresentadas oscilações periódicas ou caóticas. Seu comportamento pode ser representado por um sistema de equações diferenciais obtidas

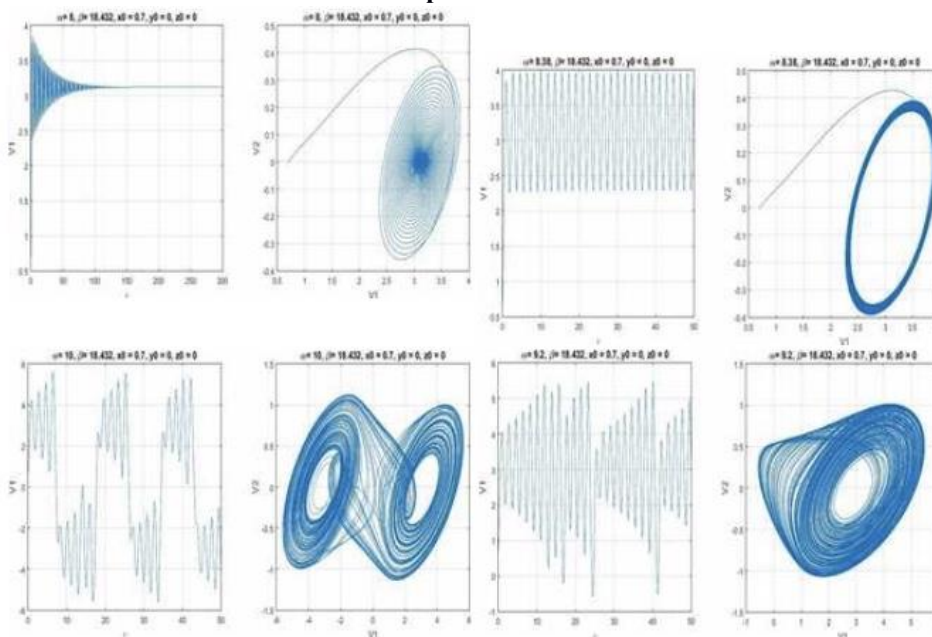
através da análise das tensões e correntes do circuito, utilizando-se a Lei das Malhas de Kirchhoff e das equações que descrevem a corrente no capacitor (i_C) e a tensão no indutor (V_L). Assim, as equações diferenciais que descrevem o comportamento do circuito de Chua são (VALERIO, 2014):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \alpha [-x + y - i_{R_c}(x)] \\ \frac{dy}{dt} &= x - y + z \\ \frac{dz}{dt} &= -\beta y \\ i_{R_c}(x) &= a_{0,x} + \frac{1}{2}(a_1 - a_0)(|x+1| - |x-1|) \end{aligned} \quad (6)$$

Geometricamente, é possível observar o comportamento do circuito resolvendo

computacionalmente o sistema de equações diferenciais (EDs) e plotando gráficos das relações entre as variáveis. Para resolver o sistema, optamos por utilizar o método de Runge Kutta para soluções de EDs, pois sua característica de recorrência se faz muito conveniente. A Figura 4 apresenta de modo gráfico quatro resultados obtidos a partir de condições iniciais específicas, em que é possível observar a variação do sistema, de estável para caótico, com a mudança das condições iniciais. Os parâmetros são dados por: $\beta = 18.432$, $x_0=0.7$, $y_0=0$, $z_0=0$ e α variando entre 8 e 10.

Figura 4 – Tensão vs tempo (esquerda); relação entre as tensões nos capacitores (direita). $\alpha = 8, 8.38, 9.2$ e 10 respectivamente



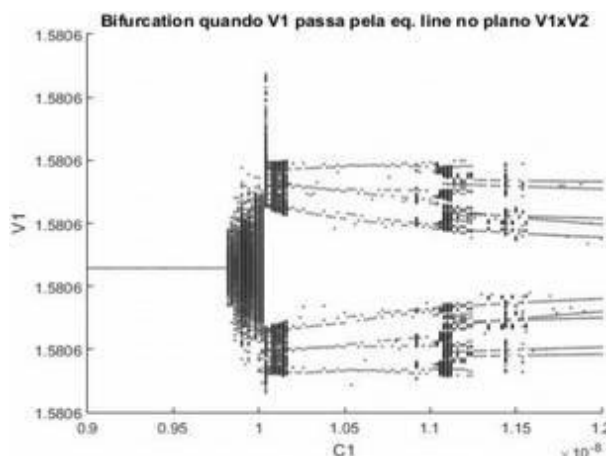
Fonte: acervo dos autores.

Outro modo interessante de analisar o comportamento do sistema em relação à variação das condições iniciais é o desenvolvimento de um diagrama de bifurcação. Esse diagrama consiste em observar a estabilidade do sistema, dado um tempo considerável de funcionamento para valores diversos de uma única variável.

Desenvolvemos um código no MATLAB para a análise e variação da estabilidade, gerando um diagrama que apresenta os pontos

de bifurcação da estabilidade como também as regiões de caos.

O digrama, no qual é possível perceber os pontos de bifurcação gerados diante da variação da capacitância do capacitor C_1 , pode ser observado na Figura 5:

Figura 5 – Diagrama de Bifurcação

Fonte: acervo dos autores.

Da análise feita, podemos concluir que o circuito de Chua apresenta um comportamento caótico clássico, o qual é bem difundido em diversas literaturas. Visualizamos sua sensibilidade em função dos valores dos componentes utilizados, e o comportamento do modo, como era esperado, foi completamente caótico. Geramos diversas imagens à beira do efeito de duplo atrator e, então, foi possível observar o espectro temporal da tensão em um dos capacitores, como o efeito atrator da relação entre as tensões nos dois capacitores. Por fim, foi possível construir um diagrama de bifurcação e observar os momentos de bifurcação dos pontos de estabilidade.

SOBRE A EXPERIÊNCIA PRÁTICA

No ISITEC, ferramentas computacionais são organizadas em seis disciplinas: Computação Científica I, II, III e IV, Matemática Avançada para Engenharia e Modelagem Computacional.

Em cada disciplina o foco é multidisciplinar e voltado para tecnologia e inovação. Os problemas aqui apresentados foram inseridos na aula sobre modelagem de sistemas caóticos, em que o objetivo principal era a modelagem de sistemas não-lineares. Nossa proposta foi mostrar aos estudantes, mediante temas de pesquisa ligados a fenômenos dinâmicos, que as ferramentas computacionais são importantes para fundamentar processos tecnológicos baseados

em sistemas caóticos (MARINCA; HERISANU, 2011).

Nossa proposta de ensino diferenciado é aplicada a partir do primeiro ano de Engenharia de Inovação. Os alunos foram convidados a formar grupos de trabalho e estudar os conteúdos relacionados aos tópicos da aula. Foram propostos quatro sistemas caóticos (Reações Autocatalíticas, Circuito de Chua, Equação de Duffing e o Ressonador Óptico em Anel Simples a Fibra Não-Linear). Os dois últimos sistemas não foram apresentados no recorte do presente trabalho, mas serão utilizados em outros artigos. A bibliografia necessária foi fornecida pelo professor. Assim, cada grupo, dentro de um determinado tempo, obteve os modelos matemáticos. Para esse último passo, os estudantes contaram com maior auxílio do professor. Os alunos implementaram códigos de programação, obtendo os resultados finais apresentados por eles mesmos em aula. O desenvolvimento do tópico foi feito em aproximadamente um mês, o que significa quatro aulas de quatro horas, nas quais cada grupo pesquisou sobre seu sistema, o que abarcou estudos teóricos e numéricos de equações diferenciais não-lineares, bifurcações, atratores e mapas logísticos.

A opinião dos estudantes sobre o método de desenvolvimento do tópico foi positiva. Nas suas opiniões, eles mostraram ser conscientes da importância da modelagem matemática. Todavia, ao mesmo tempo, preferem algo prático para lidar com os modelos. Assim, as ferramentas computacionais se mostraram úteis para a implementação dos códigos. Foi observada uma preferência nos estudantes para tarefas práticas. Eles demonstraram apreciar os benefícios de obter informações gráficas do sistema. A compreensão dos conceitos de Física e Matemática por parte dos estudantes não foi simples, mas seu empenho e a assessoria dada pelo professor permitiu o entendimento final dos novos conceitos matemáticos introduzidos e das situações físicas observadas. O trabalho em grupo também se mostrou bem recebido pelos estudantes. Os estudantes têm consciência de que aquilo que foi realizado na disciplina é apenas uma pequena parcela e que apenas seu constante aprendizado os fará atingir um alto nível.

CONCLUSÕES

Modelagem Computacional permite a integração entre cálculo numérico e programação como ferramentas valiosas para tornar o processo de ensino e aprendizagem mais eficiente desde os primeiros anos do curso de Engenharia. Esse tipo de problema computacional aumenta a motivação dos estudantes de Engenharia, incorporando-os em cenários cujos modelos estão mais próximos dos problemas reais que enfrentarão em sua vida profissional. Ao mesmo tempo, a abordagem computacional nas aulas ajuda a valorizar as possibilidades didáticas como ferramenta valiosa para o professor. Assim, podemos observar que o problema da Modelagem Computacional pode ser adaptado aos diferentes tipos de Engenharia. A aprovação dos alunos foi unânime, confirmando que os trabalhos foram proveitosos e de grande aprendizado e comprovando suas capacidades de pesquisa e de manipulação computacional.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Sindicato dos Engenheiros no Estado de São Paulo (SEESP), entidade mantenedora do ISITEC, pelo seu constante apoio e por permitir alentar e valorizar a aplicação deste método no seu processo de ensino. Este trabalho foi desenvolvido em colaboração com os estudantes do curso de Matemática Avançada para Engenharia, do segundo ano de graduação de Engenharia de Inovação do ISITEC.

REFERÊNCIAS

- ALBARRACIN, M. A. M. et al. Importância do Uso de Ferramentas Computacionais Avançadas no Ensino de Engenharia. **Anais... XLV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia – COBENGE**, 2017.
- BAKER, G.; MCROBIE, F. A.; THOMPSON, J. M. T. Implications of chaos theory for engineering science. **Proc. Inst. Mech. Eng.**, C 211, 349–363, 1997.
- BOARD ON ENGINEERING EDUCATION. **Engineering education: designing an adaptive system**. Washington: National Academies Press, 1995.
- CARBERRY, J. J. **Chemical and catalytic reaction engineering**. New York: McGraw-Hill, 1976.
- CHUA, L. et al. Chaos synchronization in Chua's circuit. **Journal of Circuits, Systems and Computers**, 3, 93–108, 1993.
- DOS SANTOS, M. C. R. **Ilya Prigogine: estabilidade afastada do equilíbrio e irreversibilidade temporal**. 2010. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Universidade Federal de Goiás, Goiás, 2010.
- ENNS, R. H.; MCGUIRE, G. C. **Nonlinear physics with Mathematica for scientists and engineers**. Boston: Birkhäuser, 2001.
- EPSTEIN, I. R.; POJMAN, J. A. **An introduction to nonlinear chemical dynamics**. Oscillations, waves, patterns, and chaos. Oxford: Oxford University Press, 1998.
- ITOH, M.; CHUA, L. Star Cellular Neural Network for Associative and Dynamic Memories, **International Journal of Bifurcation and Chaos**, 14: 1725-1772, 2004.
- KNIGHT, R. D. **Physics for scientists and engineers: a strategic approach**. 2. ed. San Francisco: Pearson Addison-Wesley, 2008.
- KOREN, B.; VUIK, K. **Advanced computational methods in science and engineering**. Berlin: Springer-Verlag, 2010.
- MANASSAH, J. T. **Elementary mathematical and computational tools for electrical and computer engineers**

- using **MATLAB**. New York: CRC Press, 2001.
- MARINCA, V.; HERISANU, N. **Nonlinear dynamical systems in engineering: some approximate approaches**. Berlin: Springer-Verlag, 2011.
- MIRANDA, J. M. G. **Synchronization and control of chaos**. An introduction for scientists and engineers. London: Imperial College Press, 2004.
- MOON, F. C. **Chaotic and fractal dynamics**. An Introduction for applied scientists and engineers. New York: John Wiley & Sons, 2004.
- MUNUZURI, A. P.; CHUA, L. Stationary structures in a discrete bistable reaction-diffusion system. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, 12: 2807-2825, 1997.
- SCHÄFER, M. **Computational engineering**. Introduction to numerical methods. Berlin: Springer-Verlag, 2006.
- SEOANE, J. M.; ZAMBRANO, S.; SANJUÁN, M. A. F. **Lat. Am. J. Phys. Educ.** Vol. 2 No. 3, 2008.
- SERWAY, R. A.; JEWETT, J. W. **Physics for scientists and engineers**. 6. ed. Boston: Brooks Cole, 2003.
- SIDERSKIY, V.; KAPILA, V. Parameter matching using adaptive synchronization of two Chua's oscillators. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, 24, 11, 2014.
- STROGATZ, S. H. **Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering**. New York: Addison-Wesley, 1994.
- TIBA, A. K. O. **Bifurcação de Hopf e seu controle em memórias associativas caóticas**. Tese (Doutorado em Informática) – Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2015.
- TIMBERLAKE, T. **Am. J. Phys.** 72, 8, 2004.
- TIMBERLAKE, T.; HASBUN, J. E. **Am. J. Phys.** 76, 334, 2008.
- VALERIO, L. R. **Dinâmica não-linear e caos: o circuito de Chua**. Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) – Universidade Federal de Alfenas, Minas Gerais, 2014.
- WYK, M. A. V.; STEEB, W. H. **Chaos in electronics**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997.
- ZAMFIR, A. **Impact of using computer applications in education on teaching-learning process**. 7th WSEAS Int. Conf. on Applied Computer & Applied Computational Science (ACACOS '08), Hangzhou, China, April 6-8, 2008.

DADOS BIOGRÁFICOS DOS AUTORES



Marcos Antonio Albarracin Manrique – graduado em Física pela Universidade Nacional del Callao do Peru, com mestrado em Física na Universidade Federal do ABC e doutorado em Ciências no Instituto de Física da Universidade de São Paulo. Participou de vários projetos de pesquisas como Pós-Doutorando. Atualmente, é professor do curso de Engenharia de Inovação do Instituto Superior de Inovação e Tecnologia (ISITEC). Atua principalmente nas áreas: modelagem matemática e computacional, mecânica dos fluidos, plasmas, eletromagnetismo, termodinâmica, dinâmica caótica, teoria dos jogos e sistemas complexos.



José Marques Póvoa – possui graduação em Física pela Universidade de Brasília, mestrado em Física pela Universidade de São Paulo e doutorado em Física pela Universidade de São Paulo. Aposentou-se em 2011 no cargo de professor associado da Universidade Federal de São Carlos, onde atuou como docente desde 1976. Tem experiência em materiais dielétricos e propriedades dielétricas, ensino de Engenharia, ensino de Física, Engenharia Física e educação a distância (EaD). Participou da comissão de criação do curso de Engenharia Física da UFSCar (pioneiro no Brasil) atuando como coordenador e vice coordenador do curso até 2010. Participou da comissão de criação do curso de Engenharia de Inovação no ISITEC (pioneiro no Brasil). Atua desde 2011 como docente no ISITEC, tendo exercido a função de Diretor Acadêmico entre 01/2012.