

# DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DE UMA BANCADA DIDÁTICA PARA ENSAIOS DE VIBRAÇÕES

## DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF A WORKBENCH FOR VIBRATION TESTS

Alexandre Medeiros Heirich,<sup>1</sup> Bruno Victor Simão,<sup>2</sup> Eduardo Breitenbach Camargo,<sup>3</sup> Fabiano Cassol<sup>4</sup>

### RESUMO

Considerando o contexto em que diversas atividades envolvem o fenômeno de vibrações, direta ou indiretamente, e que muitas vezes esse fenômeno é de difícil compreensão, é de fundamental importância o desenvolvimento de atividades que propiciem seu estudo em equipamentos e estruturas mecânicas. O objetivo deste trabalho é desenvolver, através de uma pesquisa exploratória, os elementos funcionais de uma bancada didática que sirva como ferramenta de ensino no estudo de vibrações mecânicas, sendo capaz de auxiliar tanto na determinação da constante de rigidez ( $k$ ) de uma mola quanto no coeficiente de amortecimento viscoso de um amortecedor ( $c$ ); de simular variadas frequências com a finalidade de visualizar a reação de um sistema composto por massa e mola quando em ressonância, ajudando a identificar a frequência em que o fenômeno ocorre; de determinar o amortecedor ideal ( $Cc$ ) para o sistema massa-mola em análise; e de identificar a taxa de transmissibilidade de deslocamento ( $Td$ ) para um sistema composto por massa, mola e amortecedor quando excitado por uma força externa. Através dos resultados obtidos e do conceito proposto, desenvolveram-se os elementos funcionais de uma bancada didática que é capaz de executar os ensaios apontados. Também é válido citar que durante o desenvolvimento do trabalho é analisada e identificada a necessidade de experimentos práticos, possibilitando a comprovação de teorias, ocasionando em um maior aprendizado prático para estudantes de vibrações. Conclui-se que por mais que alguns dos fenômenos envolvendo o sistema massa-mola-amortecedor demonstrados pela bancada didática possam ser demonstrados através da solução de equações, um melhor conhecimento sobre o fenômeno é adquirido de forma prática, ficando, portanto, como principal contribuição deste trabalho a possibilidade de ilustrar experimentalmente os diversos conceitos envolvendo o fenômeno de vibrações.

**Palavras chave:** Ensaio de vibrações; Sistema massa-mola-amortecedor; Ressonância.

### ABSTRACT

Considering the context in which many activities involve vibrations phenomenon directly or indirectly, and the fact that this phenomenon is often misunderstood, it is of fundamental importance the development of activities that allow the study in equipments and structures. The objective that this paper presents is to develop, through an exploratory research, the functional elements of a stand that serves as a didactic teaching tool for the learning of students in the study of mechanical vibrations, being able to assist in determining the constant stiffness ( $k$ ) of a spring as the viscous damping coefficient of a shock absorber ( $c$ ), to simulate different frequencies in order to visualize the reaction of one system composed of a mass and a spring in resonance, helping to identify the frequency when the phenomenon occurs, to determine the critical damping coefficient ( $Cc$ ) for the mass-spring system in question and identify the transmission rate of displacement ( $Td$ ) to a system consisting of the mass, spring and shock absorber when excited by an external force. Through the results obtained and the proposed concept, it is possible to developed the functional elements of a didactic stand that is able to perform the indicated tests. It is also valid to comment that this paper analyzes and identifies the need

1 Engenheiro Mecânico, John Deere

2 Engenheiro Mecânico, Stara

3 Engenheiro Mecânico, Faculdade Horizontina

4 Prof. Dr. em Engenharia, Universidade Federal da Fronteira Sul, fabiano.cassol@uffs.edu.br

of practical experiments, enabling the proof of theories, resulting in a greater practical learning for students of vibrations. It was concluded that even that the phenomena involving the system mass-spring-damper, demonstrated by the didactic stand can be found through equations, a better understanding of the phenomenon is acquired experimentally being, therefore, as the main contribution of this paper, a possibility of illustrate experimentally the various concepts involving the phenomenon of vibrations.

**Keywords:** Vibrations tests; Mass-Spring-Damper System; Resonance.

## INTRODUÇÃO

Considerando os fenômenos de oscilação ou vibração, amplamente presentes em atividades industriais e equipamentos mecânicos, torna-se, portanto, fundamental o estudo destes no entendimento de sua causa e de sua influência e interferência no meio. Referindo-se, ainda, ao ensino desses fenômenos, o estudo de sistemas massa-mola é frequente na explicação desse sistema mecânico, capaz de converter energia cinética na forma de energia potencial e vice-versa, sendo um sistema oportuno para estudo de vibrações. Pelo aprofundamento desses estudos, aplicam-se outros conceitos, como o de frequência natural (ressonância), quando o estudante é apresentado a um novo grau de complexidade, no qual a dinâmica desses corpos, apenas definida na forma teórica, carece de visualização prática do fenômeno e, portanto, torna-se confusa ou de difícil compreensão por parte do estudante.

Partindo-se do pressuposto de que diversas instituições de ensino não dispõem de um laboratório voltado ao estudo de vibrações mecânicas, assim como também podem ser pouco ou não ferramentadas para investigação e visualização prática dos fenômenos acerca destas, identifica-se a necessidade do desenvolvimento do dispositivo de ensaio de vibrações, descrito neste trabalho, como necessário para cumprir requisitos de ementa da disciplina de vibrações mecânicas, melhorando também a qualificação do curso via Ministério da Educação (MEC), referente à infraestrutura das instituições,<sup>1</sup> que depende de equipamentos de teste e simulação.

A partir desse cenário, surge o problema de como demonstrar fenômenos relacionados às vibrações mecânicas, de forma empírica, utilizando-se um sistema composto por massa, mola e amortecedor.

Ao analisar o problema proposto, conclui-se viáveis o projeto e a produção de equipamento didático, capaz de simular vibrações forçadas em corpos de prova e medir suas amplitudes e frequências, para, dessa forma, fazer comparativo entre as equações estudadas na disciplina de vibrações mecânicas e os ensaios mecânicos realizados pelo equipamento.

Justifica-se, ainda, este trabalho pelo fato de que experimentos práticos ao longo das disciplinas contribuem significativamente para o aprendizado e o interesse do aluno, como defendido em trabalho feito por Bortolaia, Rasia e Valdiero (2011), no qual os conceitos de mecânica vetorial estática são aplicados na construção de modelos de treliça e ensaiados por uma bancada didática.

Tem-se como objetivo principal, neste trabalho, o desenvolvimento de um equipamento do tipo bancada didática, funcional, que permita o ensaio mecânico de vibração forçada com ajuste de cargas, molas e frequências e, através de medições de tempo e de deslocamento, comparar as análises, quando em ressonância ou em amortecimento, com o estudo teórico.

Outros requisitos para o equipamento são: capacidade de ensaio e determinação da constante de rigidez ( $k$ ) de uma mola; capacidade de ensaio e determinação do coeficiente de amortecimento viscoso ( $c$ ) de um amortecedor; capacidade de se forçar sistema à sua frequência natural e determinar qual frequência é essa; possibilidade de comparação entre conjuntos de molas diferentes, como meio de seleção do conjunto mais adequado; capacidade de se identificar a taxa de transmissibilidade ( $Td$ ) de desloca-

<sup>1</sup> Indicadores 3.8 e 3.9 de Dimensão 3 – Infraestrutura, do documento “Instrumento de Avaliação de cursos de Graduação Presencial e a distância”, de outubro de 2017 para reconhecimento de cursos. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_superior/avaliacao\\_cursos\\_graduacao/instrumentos/2017/curso\\_reconhecimento.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_superior/avaliacao_cursos_graduacao/instrumentos/2017/curso_reconhecimento.pdf)>.

mento para o sistema massa-mola-amortecedor quando excitado por uma força externa.

Para que esses objetivos sejam cumpridos e os fenômenos citados avaliados de maneira correta, além da manufatura da bancada, o presente trabalho também executará rotinas de ensaio e de medição às diversas etapas de teste. Por fim, os dados coletados serão processados e comparados àqueles obtidos por meio das equações estudadas na disciplina de vibrações mecânicas, com a finalidade de associação entre teoria e prática.

## METODOLOGIA

O trabalho foi organizado em três etapas fundamentais, para o cumprimento dos objetivos estabelecidos: 1) Determinação do conceito de bancada; 2) prototipação do Equipamento; 3) Ensaio Mecânicos e Análise de Resultados. Essas etapas configuram o necessário para a aplicação do método de pesquisa exploratória, por meio da qual os fenômenos relacionados às vibrações mecânicas serão visualizados com o uso da bancada e, posteriormente, os resultados dos experimentos serão ilustrados juntamente com os resultados analíticos.

### Conceito da Bancada

A geração do conceito desejado de bancada foi obtida usando-se a técnica de *benchmark*,<sup>2</sup> por meio da qual, segundo Korošec (2003), é possível a comparação das melhores práticas no mercado como também identificação de espaços para melhoria. Também foi aplicado o método de *brainstorming*,<sup>3</sup> o qual, segundo Piovesana (2009), consiste em gerar muitas ideias em meio a um grupo de pessoas (desenvolvedores), dispendo-se os diferentes conceitos e soluções propostos por aqueles na discussão, com a finalidade de criar um produto ou serviço.

2 Adaptado em tradução ao português como “avaliação comparativa”.

3 Adaptado em tradução ao português como “tempestade de ideias”.

## Prototipação

Uma vez definidas as especificações de bancada e gerados os esboços e desenhos técnicos das partes essenciais do equipamento, será feita a manufatura deste, por meio do ferramental e matéria-prima disponíveis (a bancada didática será construída com sucata e material descartado). Outro aspecto do projeto é que o dimensionamento estrutural não será foco desse trabalho e os ensaios utilizarão cargas leves, respeitando a integridade do sistema e garantindo o desempenho das funções.

### Ensaio e Coleta de Dados

Sendo que a bancada, projetada para o teste de molas e amortecedores, não possui instrumentação própria para medição de frequência e distância, será necessária a medição por meio de paquímetro e cronômetro, em que tais procedimentos de leitura podem gerar erros de medida por causa do operador e, portanto, é também necessária uma medida padrão acompanhada do seu erro.

A medida padrão, por sua vez, só pode ser obtida por meio de uma série de medições, sendo feito o cálculo de sua média aritmética a qual, segundo Crespo (1994), obtém a medida mais estável dentre estas e, acompanhada do cálculo de desvio padrão, segundo o mesmo autor, possibilita também identificar a dispersão ou variabilidade da medida padrão encontrada. Sendo assim, cada ensaio deverá comportar uma série de medições para definir cada medida.

Também relevante ao trabalho, deverá ser constatada a linearidade das molas – quanto à sua rigidez – e dos amortecedores – quanto ao seu amortecimento viscoso –, sendo estes representados nas equações pelas constantes  $k$  e  $c$ , respectivamente. Isso será possível por meio do uso de diferentes cargas para cada teste, uma vez que ambas propriedades são definidas pela força exercida no componente e pelo deslocamento ou velocidade.

### Ensaio de Rigidez de Mola

O procedimento de determinação da constante de rigidez  $k$  de cada mola respeitará

a medida padrão, sendo esta definida por uma rotina de cinco medições do deslocamento causado na mola sob o peso da carga. Por meio do deslocamento médio obtido será definida a constante de rigidez, esta será comparada com a obtida com o uso de outras cargas.

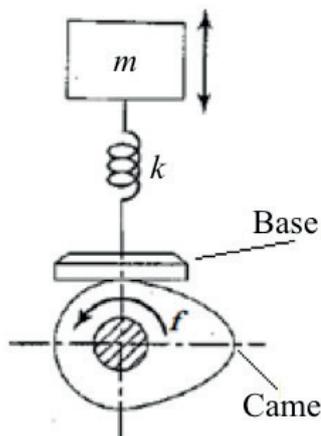
### Ensaio de Frequência Natural de Mola

Segundo Rao (2011, p. 17), “se um sistema é sujeito a uma força (um tipo de força repetida, geralmente), a vibração resultante é conhecida como vibração forçada”. O mesmo autor descreve neste mesmo fenômeno:

Se a frequência de uma força externa coincide com uma das frequências naturais do sistema, uma condição conhecida como **ressonância** ocorre, e o sistema, de maneira perigosa, sofre grandes oscilações. Falhas de estruturas tais como edifícios, pontes, turbinas e asas de aviões tem sido associadas com a ocorrência de ressonância. (RAO, 2011, p. 17)

Considerando a natureza do fenômeno acima descrito, a bancada deve ser capaz de: 1) aplicar força externa no sistema massa-mola; 2) controlar a frequência cuja mesma força atua. Para tornar isso possível, será construído dispositivo conforme o diagrama da Figura 1.

Figura 1: Sistema massa-mola



Fonte: Adaptado de Rao, 2008, p. 51.

Por meio da rotação controlada do came, indicado na Figura 1, os componentes “m”, “k” e “Base” sofrerão deslocamento, provocando a vibração forçada. Regulando-se a rotação e medindo-se o deslocamento da massa será possível definir qual frequência provocará maior amplitude, sendo essa última uma das frequências naturais.

### Ensaio de Amortecimento: Coeficiente de Amortecimento Viscoso $c$

Para determinar o coeficiente de amortecimento viscoso  $c$  de um amortecedor será necessário medir o comprimento de haste  $e$ , através de um cronômetro, medir o tempo necessário para percorrer o curso máximo quando submetido a uma força.

O comprimento de haste será medido por meio de paquímetro. Então, fixado em uma das extremidades, o amortecedor estendido será comprimido por cargas de ensaio, o tempo será medido e será então calculada a velocidade. Diferentes cargas e diversas medidas serão utilizadas para determinar a medida padrão e constatar comportamento linear.

### Ensaio de Amortecimento Crítico: Coeficiente de Amortecimento Viscoso $C_c$

Conforme Miguel (2006), é possível, a partir da frequência natural, determinar qual é o coeficiente de amortecimento crítico para um sistema. Sendo assim, o presente trabalho organizou-se em duas etapas:

- 1) Fazer três Ensaio de Frequência Natural de Mola em paralelo aos cálculos teóricos;
- 2) Calcular o coeficiente  $C_c$  das frequências naturais de forma teórica e prática.

### Ensaio de Transmissibilidade de Deslocamento $T_d$

Este ensaio consiste em analisar qual taxa de deslocamento é transmitida da bancada para o sistema massa-mola-amortecedor (s.m.m.a.).

O processo será dividido em duas etapas: 1) estabelecer/determinar as constantes dos componentes testados em bancada; 2) medir o deslocamento máximo do s.m.m.a. com instrumentos de medição. As constantes serão determinadas pelos métodos, anteriormente descritos, sendo aplicado o cálculo teórico com os valores obtidos. Em paralelo, o s.m.m.a. será montado na bancada e por meio de frequência e massa definidas serão tiradas leituras do deslocamento da base. Isso será feito por meio de paquímetro universal, cuja orelha externa será fixada na estrutura superior da bancada e, por meio da haste de profundidade, apoiada à

base, será obtida a medida de deslocamento da massa.

## RESULTADOS

Para a geração dos resultados pretendidos, primeiramente, foi decidido o conceito de bancada, sendo composto por alguns sistemas necessários, são eles:

- 1) Sistema oscilador: meio/ferramenta usado para produzir oscilações no sistema massa-mola.
- 2) Sistema de controle: meio/ferramenta usado para controlar as oscilações.
- 3) Sistema condutor: meio pelo qual a oscilação é passada para o conjunto massa-mola.
- 4) Sistema de análise: meio pelo qual se configura diferentes massas, molas e amortecedores.
- 5) Sistema de leitura: sistema necessário para quantificar os fenômenos decorrentes dos procedimentos e ensaios aplicados.

### Conceito Gerado e Prototipação

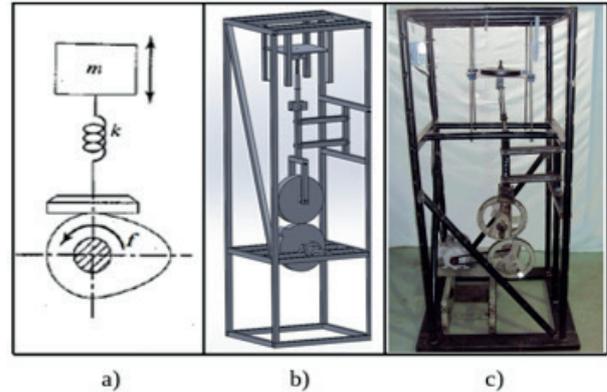
Para o sistema produtor de oscilações foi escolhida uma roda excêntrica com altura regulada por parafuso que define a geometria do came. O controlador das oscilações foi definido optando-se por um inversor de frequência, responsável por regular a velocidade do motor elétrico.

A roda excêntrica transfere movimento ao sistema condutor, formado por cantoneiras, estas provêm fixação e alinhamento além do contato direto do came e cursor. O sistema de análise é composto por uma base suspensa em quatro guias, postas em suas extremidades, o que possibilita troca de molas e de massas assim como garante deslocamento alinhado à vertical durante o funcionamento da bancada.

Por fim o sistema de leitura é um conjunto de subsistemas integrados à bancada: para leitura de deslocamento, é fixada a orelha externa e haste de profundidade de um paquímetro universal à estrutura da bancada e base do sistema análise, respectivamente; para leitura de tempo é utilizado um cronômetro e, finalmente, para leitura de frequência das forças externas é utilizado um tacômetro, ajustado à roda motora (came), na qual a fita refletiva é fixada para leitura de rotação.

Com base nos requisitos e decisões apresentados, o avanço do dispositivo, ao longo de sua idealização, é mostrado pela Figura 2. Por meio do uso de programa de desenho computacional, ou *Computed Aided Design (CAD)*, do inglês, foi possível desenvolvimento rápido e claro das partes compondo sistema.

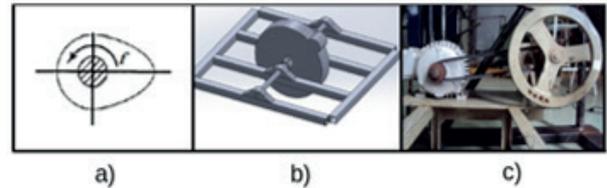
**Figura 2: Dispositivo Idealizado: a) conceito simples; b) modelo CAD; c) protótipo.**



Fonte: Adaptado de Rao, 2008, p. 51.

O comparativo dos subsistemas da bancada com os conceitos e desenhos segue nas Figuras 3, 4 e 5. O correspondente a cada uma das letras: a) diagrama simples; b) modelo CAD; c) protótipo.

**Figura 3: Sistema oscilador. a) diagrama simples; b) modelo CAD; c) protótipo.**



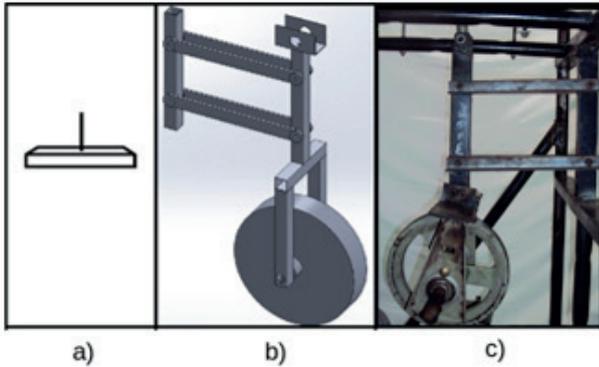
Fonte: Arquivo dos autores.

A roda excêntrica (came) foi instalada em suporte de tubos retangulares, com uma barra circular maciça, responsável por transferir a rotação do motor elétrico ao seu eixo, por meio da correia (Figura 3).

A condução é feita pelo contato do came a uma roda ao invés de uma chapa plana, como mostrado no diagrama simples. Por meio do giro da roda movida reduz-se a fricção do sistema, melhorando a transmissão do movimento. A roda movida é fixada em seu eixo por tubos retangulares soldados; com ajuda de quatro chapas, que permitem giro em suas extremidades, a estrutura garante o grau de liberdade (1) necessário (Figura 4). Por fim, uma chapa do-

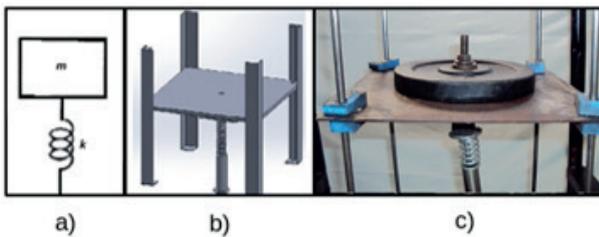
brada em U com furo passante permite fixação de pino furado com trava em R, esse último conectado ao sistema de análise (Figura 5).

Figura 4: Sistema Conductor. a) diagrama simples; b) modelo CAD; c) protótipo.



Fonte: Arquivo dos autores.

Figura 5: Sistema de análise. a) diagrama simples; b) modelo CAD; c) protótipo.



Fonte: Arquivo dos autores.

O sistema de análise, conforme mostrado pela Figura 5, é onde os dispositivos a serem testados são montados, a mola montada abaixo da base, sustentando as cargas (anilhas).

Para melhor alinhamento a base foi furada em seus quatro extremos e fixada aos pinos

guia para garantir uma movimentação o mais uniforme o possível.

A união dos elementos estruturais foi feita por meio de pinos e o *frame* principal, a estrutura externa mostrada na Figura 2 (c) foi soldada.

### Ensaio de Rigidez *k*

Para o teste de rigidez, foram montadas diferentes molas (A, B, C, D e E) ao sistema de análise, sujeitas a cargas de anilhas e da própria base. Seu deslocamento devido à força peso foi registrado em cinco medições e feito o cálculo a partir destas, por meio da Equação (1). O deslocamento médio é mostrado na Tabela 1 e os coeficientes de rigidez são mostrados na Figura 6.

$$k = \frac{mg}{\bar{x}} \tag{1}$$

*m* – massa da carga;

*g* – constante gravitacional  $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ ;

$\bar{x}$  – média aritmética do deslocamento;

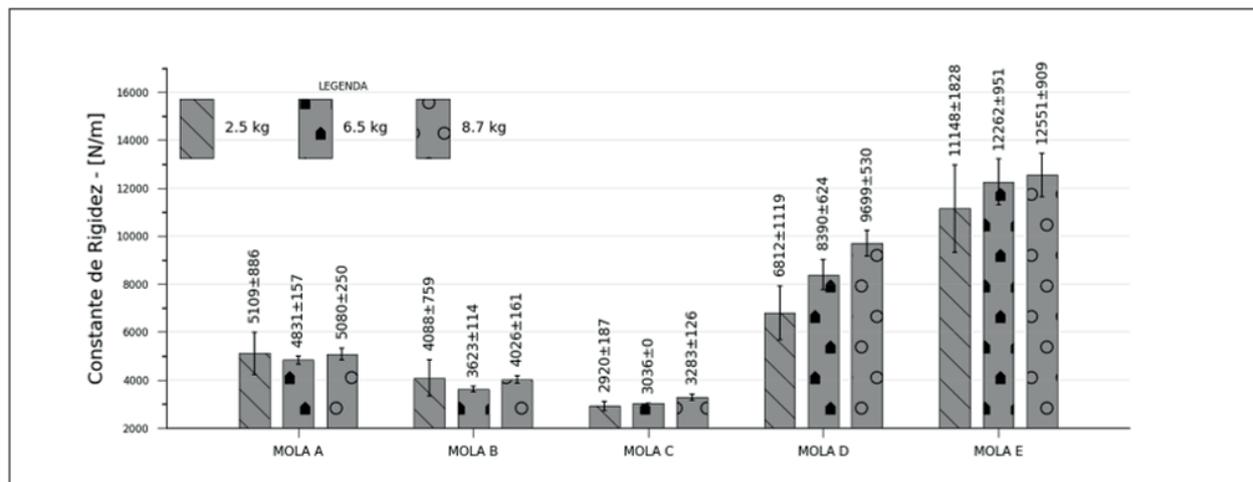
*k* – constante de rigidez de mola

Tabela 1: Medição Padrão de deslocamento médio para Massa-Mola.

Massa/ Mola	A	B	C	D	E
2.5 kg	4,80mm	6,00mm	8,40mm	3,60mm	2,20mm
6.5 kg	13,2mm	17,6mm	21,0mm	7,60mm	5,20mm
8.7 kg	16,8mm	21,2mm	26,0mm	8,80mm	6,80mm

Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 6: Constante de Rigidez *k*.



Fonte: Arquivo dos autores.

Por meio da Tabela 2 é possível conferir o desvio padrão amostral (Equação 2) das cinco medições retiradas para cada configuração do ensaio.

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2)$$

$n$  – número de amostras;  $x_i$  – medição;  
 $\bar{x}$  – média aritmética;  $s_x$  – desvio padrão amostral

**Tabela 2: Desvio Padrão Amostral Massa-Mola.**

Massa/Mola	A	B	C	D	E
2.5 kg	0,84mm	1,22mm	0,55mm	0,55mm	0,45mm
6.5 kg	0,45mm	0,55mm	0,00mm	0,55mm	0,45mm
8.7 kg	0,84mm	0,84mm	1,00mm	0,45mm	0,45mm

Fonte: Elaborada pelos autores.

O desvio padrão amostral total das 75 medições (cinco molas vezes três cargas vezes cinco medidas) é de 0,611 milímetros, enquanto o coeficiente de variação é 5,42%, sendo esse último calculado através da Equação (3).

$$C. V. = \frac{\overline{S_{xtotal}}}{\overline{x_{total}}} \quad (3)$$

Os testes permitiram identificar comportamento linear das molas A, B, C e E, somente havendo diferença considerável na rigidez da mola D, que, por meio das medidas padrão, demonstrou um aumento de 40% na sua rigidez (mostrada na Figura 6) quando ensaiada uma carga maior (8,7 kg), resultado visível também por meio da Tabela 1.

Os limites ou desvios apresentados na Figura 6 permitem identificar maior erro/diferença na leitura do deslocamento na compressão das molas, em particular à carga de 2,5 quilos, identificada pelas barras hachuradas (linhas inclinadas paralelas). As demais cargas resultam em leituras mais estáveis com desvios inferiores.

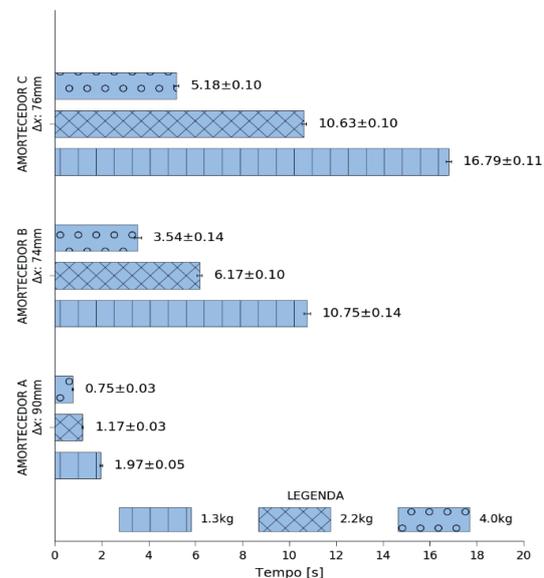
### Ensaio de Amortecimento *c*

O uso de amortecedores convém na limitação de um deslocamento espontâneo em estruturas e permite, após ação de força externa, diminuir as amplitudes da oscilação causada até o retorno do ponto neutro.

Com o intuito de medir a capacidade de amortecimento de três amortecedores disponíveis, foram levados a testes de compressão sob força peso de três diferentes cargas. Em cada teste envolvendo uma carga foram efetuadas cinco medições e tirada a medida padrão de tempo necessário para deslocar o curso total de cada amortecedor.

Pode-se conferir na Figura 6 o desempenho de cada equipamento. O elemento responsável por criar a resistência de deslocamento em um amortecedor hidráulico é o fluido, seja ele gás ou líquido. Trata-se do mesmo meio para o pistão hidráulico, neste o corpo sólido imerso movimentava-se enquanto o fluido escoava por entre aberturas (furos cegos ou descontinuidades no cabeçote do pistão).

**Figura 7: Tempo de Deslocamento em Amortecedores**



Fonte: Arquivo dos autores.

A viscosidade  $\mu$ , cuja unidade de medida é  $\text{cP} = 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ , representa a propriedade de resistência ao escoamento de um fluido em determinada temperatura. Quanto mais viscoso for um fluido, maior será a resistência e, portanto, menor a velocidade de escoamento. Analisando a Figura 7, é possível ver maior resistência dos Amortecedores B e C, ambos requerem maior tempo para deslocar o curso total, enquanto o Amortecedor A faz o mesmo em 1/5 e 1/10 de tempo, respectivamente. A causa dessa diferença pode ser a grande diferença de temperatura (as medições foram realizadas em diferentes dias, sob diferentes condições climá-

ticas), inegável no presente estudo de caso, óleos hidráulicos de diferente viscosidade ou, ainda, diâmetros e furos de passagem menores nos Amortecedores A e B, que delimitam a vazão do fluido, retardando a velocidade de descida do pistão.

Para os valores da Tabela 3, também visíveis ao lado direito das respectivas barras da Figura 7, estão marcados os tempos e o erro estimado por meio do desvio padrão amostral que é exibido pela Tabela 4, com 0.089 segundos como desvio padrão amostral médio e 1,41% de C.V., conforme Equação (3).

**Tabela 3: Medidas Padrão de Tempo para Deslocamento de Curso Total em Compressão.**

Massa/Mola	A	B	C
1.3 kg	1.97s	10.75s	16.79s
2.2 kg	1.17s	6.17s	10.63s
4.0 kg	0.75s	3.54s	5.18s

Fonte: Elaborada pelos autores.

**Tabela 4: Desvio Padrão Amostral de Amortecedores.**

Massa/Mola	A	B	C
1.3 kg	0.05s	0.14s	0.114s
2.2 kg	0.03s	0.10s	0.100s
4.0 kg	0.03s	0.14s	0.102s

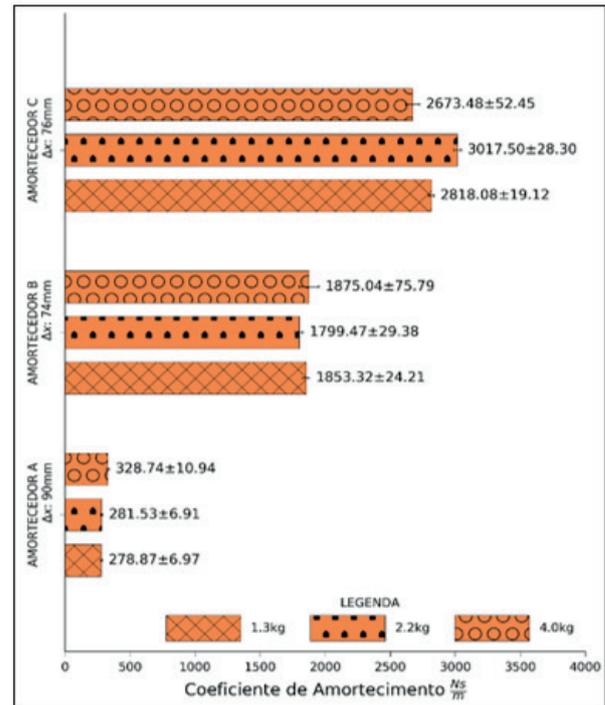
Fonte: Elaborada pelos autores.

O comportamento do equipamento é linear pela visualização da Figura 7, em que se percebe proporcionalidade entre as cargas e os tempos medidos. Aplicando-se a Equação (4) se obtém o coeficiente de amortecimento do sistema, medido em  $N \cdot s/m$  e exibido para cada amortecedor por meio do que se verifica na Figura 8, na qual é mostrada a aproximação entre os coeficientes calculados com diferentes cargas.

$$c = \frac{F}{v} \tag{4}$$

$F$  – força aplicada ao amortecedor;  
 $v$  – velocidade de deslocamento  
 $c$  – constante de amortecimento

**Figura 8: Constante de Amortecimento  $c$**



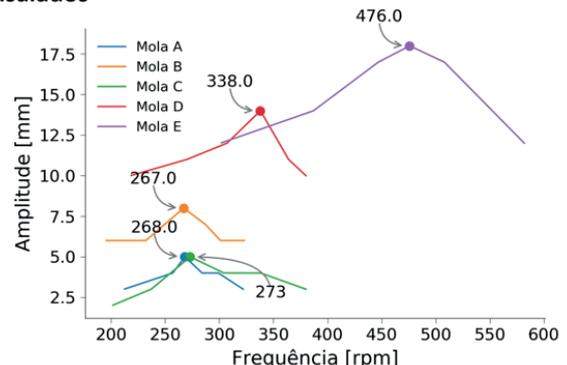
Fonte: Arquivo dos autores.

### Ensaio da Frequência Natural de Massa-Mola

O *output* desse ensaio é o primeiro resultado que será comparado com equações teóricas. As equações teóricas envolvem as medições de constantes já obtidas em testes anteriores e, portanto, o comparativo entre teste teórico e prático pode comprovar acuracidade também dos ensaios de rigidez feitos.

Por meio de um inversor de frequência as rotações do motor foram variadas e medições da amplitude alcançada no sistema tiradas. Os testes foram feitos usando-se uma carga única de 6,5 quilogramas. Na Figura 9 estão marcadas as frequências naturais e as diferentes amplitudes obtidas quando diferentes frequências são aplicadas.

**Figura 9: Frequência Natural de Sistemas Massa-Mola Ensaados**



Fonte: Arquivo dos autores.

O cálculo de frequência natural, exibido na Equação (5) mostra que ela é proporcional à rigidez da mola e inversamente proporcional à carga aplicada.

$$fn = \frac{60}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ rpm} \quad (5)$$

Para o cálculo da frequência natural foi utilizada a média aritmética das constantes de rigidez, o que resulta na comparação da Tabela 5. Por meio de mesma tabela constata-se que os coeficientes de rigidez para algumas molas foram subestimados.

**Tabela 5: Comparativo de Frequência Natural**

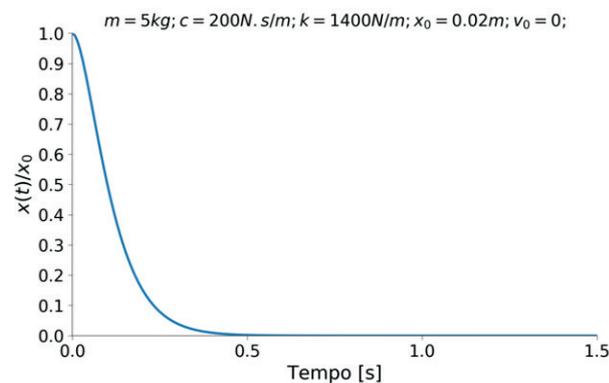
	A	B	C	D	E
Ensaio [rpm]	268	267	273	338	476
Teórica [rpm]	265	234	208	341	410
Erro [%]	1,12	12,36	23,81	0,88	13,87
Erro Médio	10,41 %				

Fonte: Elaborada pelos autores.

### Ensaio de Amortecimento $Cc$

Um sistema criticamente amortecido recebe excitação e retorna em seu ponto neutro, conforme mostrado na Figura 10. Segundo Miguel (2006), o comportamento dos sistemas amortecidos depende da magnitude do amortecimento, ou seja, seu fator de amortecimento, que é encontrado através da razão entre o coeficiente de amortecimento do elemento dissipador  $c$  a ser usado para amortecer o sistema e o coeficiente de amortecimento crítico  $Cc$  desse sistema.

**Figura 10: Comportamento de Sistema Criticamente Amortecido**



Fonte: Adaptado de Silva, 2009.

O ensaio do coeficiente crítico foi realizado por meio dos cálculos de frequência natural teórico e prático. Por meio da Equação (6) é possível calcular o coeficiente crítico.

$$Cc = 4\pi \cdot m \cdot fn \quad (6)$$

Utilizando-se dos dados da Tabela 5 foi calculado o  $Cc$ . Novamente, usando-se a carga de 6,5 quilogramas e a frequência natural, dependendo da rigidez do sistema, já anteriormente estipulados, foi gerada a Tabela 6, que dispõe de um comparativo das determinações teóricas e dos ensaios.

**Tabela 6: Coeficiente de Amortecimento Crítico**

	$k$ [N/m]	$Cc$ Teórico [N . s/m]	$Cc$ Ensaiado [N . s/m]	Erro [%]
A	5007	360,76	364,84	1,12
B	3912	318,56	363,48	12,36
C	3080	283,16	371,65	23,81
D	8300	464,22	460,14	0,88
E	11987	558,16	648,01	13,85
			Erro médio [%]	10,40

Fonte: Elaborada pelos autores.

À medida que a medição da carga se torna o mais acurada o possível, sendo nesse caso considerados exatos 6,5 quilogramas, os erros do ensaio de frequência natural (Tabela 5) e de coeficiente de amortecimento (Tabela 6) se tornam iguais. E, fazendo-se comparação da rigidez dos dispositivos (mola), percebe-se maior indução ao erro quando ensaiados, na presente bancada manufaturada, quando utilizadas molas com menor constante  $k$ .

### Ensaio de Transmissibilidade de Deslocamento $Td$

Para sistemas do tipo massa-mola-amortecedor, quando definidas frequência e carga, é possível por meio da Equação (7) calcular a proporção do deslocamento ou amplitude máximos que a massa alcança. Dessa forma a bancada foi configurada para operar na frequência de 4,5 Hz, com uma carga padrão de 6,5 Kg como teste e, variando entre os sistemas, diferenciados por suas constantes  $k$  e  $c$ , foram medidas as amplitudes alcançadas, sendo posteriormente comparadas ao cálculo teórico realizado (Tabela 7).

$$Td = \sqrt{\frac{k^2 + (c \cdot w)^2}{(k - m \cdot w^2)^2 + (c \cdot w)^2}} \quad (7)$$

**Tabela 7: Sistemas Estipulados para Teste de Transmissibilidade**

	k [N/m]	c [N · s/m]	w [Hz]	m [kg]
S.M.M.A. 1	11987,09	296,38	4,5	6,5
S.M.M.A. 2	5006,75	296,38	4,5	6,5
S.M.M.A. 3	11987,09	1842,61	4,5	6,5
S.M.M.A. 4	5006,75	1842,61	4,5	6,5
S.M.M.A. 5	8300,38	2836,35	4,5	6,5

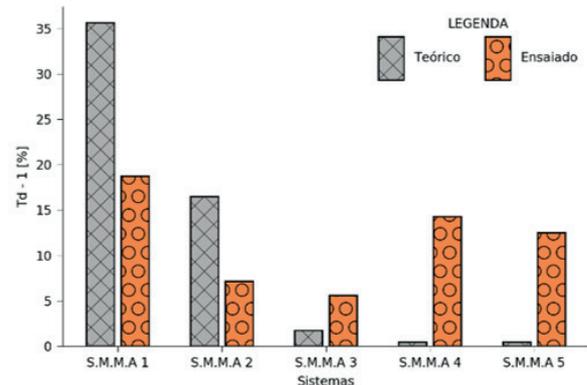
Fonte: Elaborada pelos autores.

Com os dados da Tabela 7 e a conversão da frequência em Hertz para radianos por segundo, multiplicando-se pelo fator  $2\pi$ , foram calculadas as transmissibilidades de cada sistema.

Exibidas na Figura 11, as transmissibilidades de cada sistema são comparadas ao ensaiado, sendo que nesse último são medidas amplitude máxima alcançada e altura do resalto do came, a razão do primeiro pelo segundo, respectivamente, resulta no coeficiente  $Td$  (Transmissibilidade de deslocamento).

Analisando-se os resultados das proporções de  $Td - 1$  e os *inputs* da Tabela 7 e levando-se em consideração somente o aspecto teórico, fica claro o impacto do amortecimento na limitação de movimento do sistema, quanto maior for o coeficiente de amortecimento, menor será a transmissibilidade. Aliado a isso, um s.m.m.a de mesmo coeficiente de amortecimento, porém com dobro de rigidez em relação a outro vai transmitir o dobro de movimento também, comparativo visível entre S.M.M.A. 1 e S.M.M.A. 2 e entre S.M.M.A. 3 e S.M.M.A. 4. Por meio da leitura da Equação (7) esses comportamentos não são tão evidentes, sendo mais útil o uso das barras hachuradas da Figura 11 e os dados da Tabela 7 para observações.

**Figura 11: Transmissibilidade de Sistemas Massa-Mola-Amortecedor**



Fonte: Arquivo dos autores.

Considerando-se os resultados da bancada, percebe-se a mesma influência da rigidez no sistema excitado, contudo sistemas com coeficiente de amortecimento muito elevado tiveram proporções muito mais elevadas também, razão disso pode ser a resistência à compressão e propensão à tração, o que permite o sistema ter de operar com seu curso mais extenso e elevar mais a carga.

Vistas as proporções por meio de cálculo e ensaio, pode-se constatar se a bancada consegue, de alguma forma, ser precisa com essa diferença e o que pode estar afetando o seu desempenho ou qual é a sua limitação para testes. Para isso, foram tabelados altura de resalto do came, altura do deslocamento prático e teórico e, então, calculado o erro dessas dimensões, em milímetros, sendo o resultado os valores exibidos na Tabela 8.

**Tabela 8: Deslocamentos Transmitidos Teórico e Ensaado**

	h [mm]	$\Delta h$ teórico [mm]	$\Delta h$ ensaiado [mm]	Erro [%]
S.M.M.A. 1	8	10,84	9,5	12,36
S.M.M.A. 2	7	8,15	7,5	7,98
S.M.M.A. 3	9	9,16	9,5	3,71
S.M.M.A. 4	7	9,04	8	11,50
S.M.M.A. 5	8	8,04	9	11,94
<b>Erro médio</b>				<b>9,50</b>

Fonte: Elaborada pelos autores.

Apesar das grandes proporções, os sistemas se comportaram deslocando, ao máximo, 1,5 milímetros acima da elevação forçada pelo came, o que demonstra os efeitos do amortecimento presente se comparados com os desloca-

mentos da Tabela 1 como, também, mostra a dificuldade da bancada em prever com exatidão, uma vez que os desvios obtidos (Tabela 2) são relativamente grandes e as medições de rigidez das molas E e D (Tabela 1) são relativamente baixas, o que leva ao erro. Enquanto, na Figura 8, os coeficientes provaram ser lineares com as cargas utilizadas, na Figura 5 foi verificável grande alteração, sendo que o sistema massa-mola mais constante, ou linear, foi aquele que sofreu maior deslocamento. Isso evidencia a necessidade de se utilizar cargas padrão que sejam supostas a comprimir as molas em, ao menos, uma certa proporção da mesma.

## CONCLUSÃO

Os equipamentos desenvolvidos ao longo do trabalho se mostraram capazes de executar os ensaios desejados, contemplando assim os objetivos: determinar constante de rigidez  $k$  de uma mola; determinar o coeficiente de amortecimento viscoso  $c$  de um amortecedor; forçar sistema à sua frequência natural e determiná-la; fornecer resultados de testes para comparativos de sistemas de amortecimento, molas e conjuntos; capacidade de identificar o efeito de transmissibilidade  $Td$  e quantificá-lo, provendo, por meio de cálculo, comparativos entre ensaio prático e análise teórica. Mas, acima de tudo, o equipamento construído mostrou grande potencial, sendo funcional ao permitir o ensaio mecânico e regulagens.

Uma vez que foram utilizados materiais reaproveitados, tal projeto demonstrou possibilidade de se realizar projetos efetivos, capazes de manufatura de equipamento funcional mesmo em baixa prioridade. Ainda foi utilizada uma série de utilitários – como ferramental de medição (tacômetro, paquímetro universal, cronômetro) – que é externa ao sistema de bancada desenvolvido, isso releva a importância da instalação de sensores e regulagens nesse último, tornando-o *ready-to-go*, preparado para o momento em que for necessário, seja ele aula em laboratório, trabalho acadêmico para disciplinas de física e vibrações mecânicas ou preparação de artigos e continuidades do presente trabalho aqui apresentado.

Como proposta para trabalhos e pesquisas futuras é deixada a sugestão do teste de rigidez  $k$  focado em atender medição mediante proporções do comprimento deslocado da mola, podendo esses testes serem estendidos para análise da rigidez quando tracionada, constatando se esta é uniforme em ambas situações. Já mencionada em parágrafo anterior, também é uma sugestão a instalação de sensores, abrangendo o presente projeto a acadêmicos do curso de Engenharia de Controle e Automação, habilitando a leitura e captura de dados e informações úteis diretamente para um computador, aumento produtividade e rapidez dos testes e, portanto, dos estudos. Por fim, sugere-se, ainda, o projeto da B.O.M. (*Bill of Materials*) de um equipamento seguinte, compondo projeto de fabricação das peças e desenhos técnicos, no intuito de padronizar o equipamento e prepará-lo para análise econômica, tal trabalho permitiria acadêmicos de Engenharia de Produção e de Ciências Econômicas integrarem-se e, juntos aos anteriormente citados, gerar grandes resultados e controle de qualidade em relação aos equipamentos de medição e teste, tidos como produtos de grande qualidade de engenharia e de valor agregado.

## REFERÊNCIAS

- BORTOLAIA, L. A.; RASIA, L. A.; VALDIERO, A. C. Desenvolvimento de uma Bancada didática para ensaio de Pórticos como objeto educacional na engenharia. **Anais...** XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), Blumenau/SC, 2011.
- CRESPO, A. A. **Estatística fácil**. 11ª Edição. Editora Saraiva. São Paulo, 1994.
- KOROŠEC, L. Application of Benchmarking as a Managerial Tool in Prefabricated Building Construction. **Ekonomski Pregled**, v. 54 n. 11-12, p. 945-968, 2003.
- MIGUEL, L. F. F. **Introdução ao Estudo de Vibrações**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2006.
- PIOVESANA, L. **Desenvolvimento de Produto**. 2009. Disponível em: <<http://www.saiadolugar.com.br/marketing/desenvolvimento-de-produto/>>. Acesso em: 29 fev. 2019.
- RAO, S. **Mechanical Vibrations**. Editora Pearson. São Paulo, 2011.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. Editora Pearson. São Paulo, 2008.

SILVA, S. D. **Vibrações Mecânicas**. Notas de Aulas – 2ª Versão. Universidade Estadual do Oeste do Paraná UNIOESTE – Foz do Iguaçu. Disponível em: < <http://www.joinville.ifsc.edu.br/~pauloboni/MECANISMOS/DINÂMICA%20DE%20MÁ->

QUINAS/Apostila%20-%20Samuel%20da%20Silva%20-%20MUITO%20BOA%20-%20Didática.pdf>, Acesso em: 28 fev. 2019.

SOUZA, C. A. W. **Frequências naturais, harmônicos e sobretons**. 2009. Disponível em: < [http://www.das.inpe.br/~alex/FisicadaMusica/fismus\\_frequat.htm](http://www.das.inpe.br/~alex/FisicadaMusica/fismus_frequat.htm)>. Acesso em: 28 mai. 2013.

---

## DADOS BIOGRÁFICOS DOS AUTORES



**Alexandre Medeiros Heirich** é engenheiro mecânico formado pela Faculdade Horizontina (2013) e possui MBA em Gestão com Pessoas pela Fundação Educacional Machado de Assis (2017). Atualmente trabalha como coordenador de projetos na empresa John Deere.



**Bruno Victor Simão** é engenheiro mecânico formado pela Faculdade Horizontina (2013). Atualmente trabalha como engenheiro projetista na empresa Stara.



**Eduardo Breitenbach Camargo** é formado em Engenharia Mecânica pela Faculdade Horizontina (2017).



**Fabiano Cassol** é formado em engenharia mecânica pela Unijuí (2006) e possui doutorado em engenharia pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2013). Atualmente é professor na Universidade Federal da Fronteira Sul.