

# DESENVOLVIMENTO, PARA FINS DIDÁTICOS, DE UM REDUTOR DE MÚLTIPLOS ESTÁGIOS SELECIONÁVEIS COMPOSTO POR ENGRENAGENS COM PERFIS PAUTADOS EM EQUAÇÕES PARAMÉTRICAS

DEVELOPMENT, FOR DIDATIC PURPOSES, OF A MULTIPLES SELECTABLE STAGES REDUCER COMPOSED OF GEARS WITH PROFILES GUIDED IN PARAMETRIC EQUATIONS

Luís Otávio de Oliveira Alvarenga<sup>1</sup>, Horácio Albertini Neto<sup>2</sup>, Thiago Gomes Cardoso<sup>3</sup>,  
Thiago Ferreira Querino<sup>4</sup>, Renato Montandon de Lima<sup>5</sup>

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v41p51-63.2022

## RESUMO

Compreender, de maneira prática e teórica, o funcionamento de redutores de múltiplos estágios e as relações de transmissão entre engrenagens é fundamental para o entendimento sobre Elementos de Máquinas, matéria base de cursos como o técnico em Mecânica Industrial, Engenharia Mecânica entre vários outros que demandam conhecimentos acerca de mecanismos e manutenção. Para tanto, desenvolveu-se neste trabalho um redutor para fins didáticos que permite a seleção da quantidade de estágios aplicados na transmissão e a visualização dos efeitos que essa alteração causa no comportamento do redutor, utilizando, para tal, um sistema de acoplamento de eixos que opera a partir da manipulação de alavancas e uma tampa superior fabricada em acrílico, características que não estão presentes em redutores comerciais disponíveis no mercado. Além das características citadas, todas as engrenagens do redutor foram projetadas com base em equações paramétricas, originando-se perfis mais próximos do ideal, reduzindo possíveis interferências. Assim, a correta utilização do dispositivo de mudança de estágios, a presença de uma tampa translúcida e perfis insentos de interferências, simultaneamente, propiciam ao redutor uma gama de vantagens no quesito didático. Entre diversas vantagens, o redutor projetado garante uma grande facilitação no entendimento acerca das equações que regem o comportamento dos redutores e uma maior familiarização dos alunos com os diversos tipos de engrenagens e suas geometrias.

**Palavras-chave:** redutor; didático; engrenagens.

## ABSTRACT

Understanding in a practical and theoretical way the operation of multi-stage reducers and the transmission ratios between gears is fundamental for the understanding of Machine Elements, basic subject of technical courses in Industrial Mechanics, Mechanical Engineering, among many other courses that demand knowledge about mechanisms and maintenance. To this end, a reducer for didactic purposes was developed in this work, which allows the selection of the number of stages applied in the transmission and the visualization of the effects that this change of stages causes on the

<sup>1</sup> Técnico em Mecânica Industrial, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; alvarengaluis443@gmail.com

<sup>2</sup> Prof. Dr., Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; horacioalbertini@cefetmg.br

<sup>3</sup> Prof. Me., Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; thiagocardoso@cefetmg.br

<sup>4</sup> Prof. Me., Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; tquerino@cefetmg.br

<sup>5</sup> Prof. Me., Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais; renato.cefetmg@gmail.com

behavior of the reducer, using, for this, a coupling system of shafts that operate from the manipulation of levers, and a top cover made of acrylic, characteristics that are not present in commercial reducers available on the market. In addition to the characteristics mentioned, all the gears of the reducer were designed based on parametric equations, originating profiles closest to the ideal and, consequently, reducing possible interference. Thus, the correct use of the device for changing stages, the presence of a translucent cover and free profiles of interference, simultaneously provide the reducer with a range of advantages in the didactic aspect. Among several advantages, the designed reducer guarantees a great facilitation in the understanding about the equations that govern the behavior of the reducers and a greater familiarization of the students with the different types of gears and their geometries.

**Keywords:** reducer; didactic; gears.

## INTRODUÇÃO

A disciplina Elementos de Máquinas, lecionada nos cursos técnicos em Mecânica Industrial e em diversos cursos de Engenharia, tem como objetivo apresentar os elementos mecânicos que compõem as máquinas, suas respectivas características, dimensionamentos, suas funções, além de seu funcionamento prático. Em meio aos vários conteúdos abordados, um dos principais temas é a aplicação de engrenagens nos mais diversos sistemas de transmissão, entre eles os redutores, visto que nas aplicações industriais cada tipo de máquina necessita de parâmetros de potência adequados para operar, sendo eles: torque (T), velocidade angular ( $\omega$ ), força (F) e velocidade (V).

A fim de facilitar o entendimento e a visualização dos conceitos relativos à adequação dos parâmetros de potência, criou-se, através da concepção, projeto e desenho em *software* CAD 3D, um redutor, de múltiplos estágios selecionáveis, composto por engrenagens com perfis baseados em equações paramétricas, que possibilite o controle da quantidade de estágios de redução em funcionamento, a análise dos parâmetros de entrada e saída do redutor e o funcionamento livre de interferências, de forma a facilitar a compreensão física por trás das relações de transmissão.

Essa possibilidade não se encontra presente nos redutores comerciais que são fabricados com um número fixo de estágios, não sendo

possível a alteração da quantidade de estágios de redução e a análise dos efeitos dessa mudança sobre o comportamento do redutor.

Diante do exposto, o equipamento projetado permitirá e facilitará:

- a) a visualização dos componentes internos de um redutor composto por engrenagens;
- b) o entendimento sobre os fenômenos físicos e matemáticos atuantes no redutor;
- c) a escolha da quantidade de estágios de redução;
- d) a visualização dos efeitos da mudança da quantidade de estágios na rotação e torque de saída do redutor dado um certo torque e rotação de entrada.

Todos esses parâmetros serão monitorados por meio de instrumentação proposta no projeto. As características e diferenças do projeto, quando relacionadas a redutores comerciais, foram desenvolvidas a fim de tornar o equipamento um modelo para uso em aulas expositivas e práticas de disciplinas voltadas aos elementos de máquinas, fabricação mecânica, manutenção entre outras que demandem conceitos relacionados aos aspectos construtivos desse dispositivo, visto que a aplicação de atividades e aulas práticas resultam diversos benefícios no ensino, seja ele de nível técnico ou superior.

### **Benefícios do uso de atividades práticas no ensino**

De acordo com o Art. 35 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei

nº 9.394), de 20 de dezembro de 1996, o ensino médio tem como função proporcionar o entendimento acerca dos fundamentos científico-tecnológicos, relacionando a teoria com a prática no ensino de cada matéria (BRASIL, 1996). A Lei nº 9.394 ainda menciona, no Art. 36, que:

[...] a oferta de formação com ênfase técnica e profissional considerará a inclusão de vivências práticas de trabalho no setor produtivo ou em ambientes de simulação, utilizando de instrumentos estabelecidos pela legislação para aprendizagem profissional [...] (BRASIL, 1996)

Com base na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o uso e a análise de instrumentos pedagógicos, aplicativos e jogos são alguns dos diversos exemplos de aplicação das atividades práticas que deveriam estar presentes em todas as salas de aula, auxiliando no processo de aprendizagem. Entretanto, de acordo com Andrade e Massabni (2011), há a possibilidade de que atividades práticas estejam praticamente ausentes do ambiente de ensino.

Tal fato é preocupante pois as aulas práticas permitem um aprendizado que aulas teóricas não proporcionam, sendo compromisso da escola e do professor oferecer essa oportunidade de ensino aos alunos. De acordo com Costa et al. (2020, p. 242), o “conhecimento não se formula apenas teoricamente, mesmo quando contextualizado em livros, revistas ou documentários. Boa parte do saber resulta da atividade prática, mesmo ela sendo simplista”.

A fim de justificar a necessidade das aulas práticas, Barberá e Valdés (1996), citados por Raboni (2002), apontam que essas atividades servem para esclarecer as matérias, fazem com que os alunos vejam o funcionamento da teoria e despertam curiosidade sobre os temas abordados, quebrando a monotonia das aulas expositivas/teóricas. Os estudos de Raboni (2002) apontam, ainda, que as aulas práticas provocam uma experiência direta com os fenômenos; proporcionam um aumento do conhecimento tácito dos alunos; aumentam a afinidade dos alunos com os eventos naturais; e permitem uma maior adaptação dos estudantes com importantes conteúdos, propiciando uma

melhor formação técnica. Ademais, Stefanello et al. destacam que o uso de aulas práticas, sendo um modelo de metodologia ativa, incentiva os alunos a buscarem novas alternativas para a resolução de problemas, aprimorando suas habilidades didático-profissionais.

Segundo Andrade e Massabni (2011), as atividades práticas devem apresentar necessariamente experiências físicas, para que o estudante possa extrair todo o conteúdo do objeto ou fenômeno estudado, confirmando teorias anteriormente estudadas ou compreendendo novas informações que a análise e experiência proporcionam. Além de proporcionar diversas vantagens no quesito didática, o conhecimento prático ainda é considerado a habilidade mais importante por aproximadamente 95% dos alunos de Engenharia, constatando, mais uma vez, que atividades práticas são fundamentais para os ambientes de ensino (FREITAS; FORTES, 2020).

## DESENVOLVIMENTO

### Concepção do redutor didático

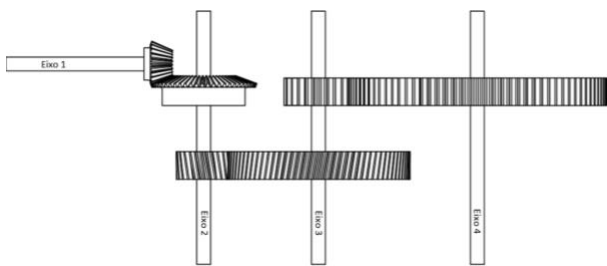
Por existirem diversos modelos de redutores e engrenagens disponíveis no mercado, foi de suma importância estabelecer, em um primeiro momento, o número de estágios e os tipos de engrenagens a serem utilizados no projeto, para assim iniciar a concepção do redutor e a escolha dos componentes.

Por se tratar de um redutor para fins didáticos, optou-se por utilizar três estágios selecionáveis, valor que permitirá aos alunos um melhor entendimento da disciplina Elementos de máquinas, visto que o redutor poderá operar com um, dois ou três pares de engrenagens simultaneamente, resultando em uma gama de reduções e, conseqüentemente, proporcionando a melhora no entendimento sobre o funcionamento de redutores e relações de transmissão. A utilização de três estágios também permite estabelecer um conjunto de tamanhos e pesos aceitáveis para o ambiente

escolar, além de agregar uma maior facilidade construtiva ao projeto.

Entre os diferentes tipos de engrenagens comumente utilizados em sistemas de transmissão, optou-se por utilizar um primeiro par de engrenagens cônicas de dentes retos (EconDR), um segundo par de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais (ECDH) e um último par constituído de engrenagens cilíndricas de dentes retos (ECDR). Os pares de engrenagens foram dispostos conforme o esboço da Figura 1, originando um redutor de eixos concorrentes constituído por um eixo de entrada e três eixos de saída com rotações distintas. O uso desses modelos de engrenagens possibilitará aos alunos um entendimento prático e crítico acerca das semelhanças e diferenças entre as EconDR, ECDH e ECDR.

**Figura 1 – Esboço contendo a disposição inicial dos eixos e engrenagens do redutor**



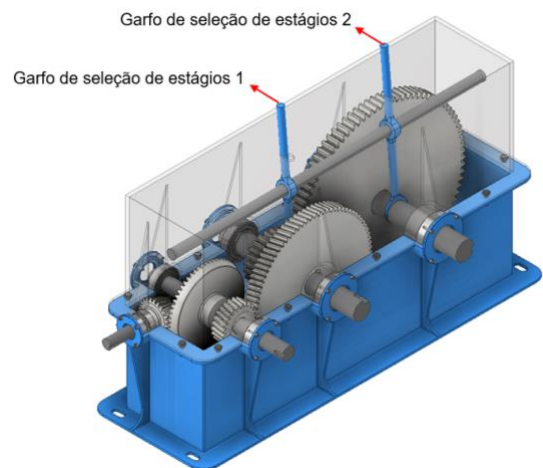
Fonte: elaborada pelos autores.

Nesse redutor, não foi aplicado um sistema sem-fim coroa, pois a relação de transmissão total iria se tornar extremamente elevada, o que inviabilizaria a visualização de parâmetros de rotação, sobretudo no último eixo, quando todos os pares estiverem conectados. Além da disposição dos componentes mecânicos no redutor, foi escolhido também o modelo de funcionamento para seleção de estágios, composto por alavancas. Com esse sistema o redutor poderá funcionar com os eixos 1 e 2, ou 1, 2 e 3, ou ainda 1, 2, 3 e 4 acoplados simultaneamente, variando-se a relação de transmissão total. Outro fato a ser evidenciado é que, com essa disposição dos eixos, os alunos poderão monitorar a rotação de cada eixo de forma independente, o que não ocorre nos redutores comerciais.

## Estrutura do redutor proposto

Depois de finalizar a etapa de concepção inicial do redutor e compreender melhor a disposição dos elementos mecânicos, iniciou-se o processo de desenho do redutor em *software* CAD 3D. Durante o projeto todos os componentes foram alterados diversas vezes antes de se obter a versão final do redutor (Figura 2), a fim de se obter um equipamento seguro e eficaz para uso didático. Nesta etapa todos os componentes de um redutor foram considerados, havendo a necessidade de se projetar e selecionar os eixos, engrenagens, carcaça, tampa superior do redutor, rolamentos, elementos de fixação e tampas laterais. Também se iniciou o projeto do sistema de acoplamento de eixos. Uma vez finalizado, esse sistema permitirá uma rápida seleção de estágios, alternando entre um, dois e três pares de engrenagens em funcionamento. Entre diversas opções de acoplamento de eixos, optou-se por utilizar um conjunto constituído por dois garfos e um eixo secundário para fixá-los. O conjunto opera a partir do movimento de alavanca, ou seja, o deslocamento do garfo na ranhura localizada na tampa do redutor provoca a movimentação do eixo, alterando a quantidade de estágios em funcionamento.

**Figura 2 – Montagem final do redutor didático com três estágios selecionáveis**



Fonte: elaborada pelos autores.

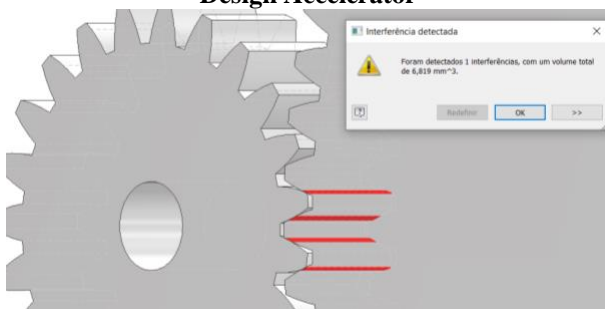
Por se tratar de um redutor para fins didáticos, optou-se por utilizar acrílico transparente no projeto da tampa superior do redutor. O uso de uma tampa superior

translúcida permitirá uma melhor visualização de todo o conjunto em funcionamento, garantindo um uso mais seguro do equipamento, uma vez que para visualizar os componentes internos não será necessário abrir o redutor. Além de apresentar essa vantagem a tampa superior também terá a função de suportar o eixo onde as alavancas de seleção de estágios são acopladas.

### Engrenagens com geometria formada por equações paramétricas

Mesmo que o programa utilizado para projetar o redutor crie geometrias através de cálculos de forma automatizada, os perfis dos dentes das engrenagens são produzidos de maneira não muito fiel ao perfil evolvental esperado para engrenagens. A ferramenta *Design Accelerator* gera engrenagens de maneira simplificada, resultando em algumas diferenças quando comparadas com engrenagens reais. Essa mínima variação presente na engrenagem produzida pela ferramenta é suficiente para provocar determinada interferência entre os dentes de um par de engrenagens, conforme é mostrado na Figura 3, gerando o mau funcionamento do sistema.

**Figura 1 – Exibição em vermelho de interferências entre engrenagens geradas pelo Design Accelerator**



Fonte: elaborada pelos autores.

Para evitar as interferências presentes nas engrenagens geradas pelo *software*, optou-se por utilizar equações paramétricas para gerar as curvas trocoides e involutas, curvas base do perfil evolvental. Antes de se iniciar o uso das equações paramétricas para desenvolvimento dos perfis envolventes, foram traçadas as

circunferências primitivas, internas e externas das engrenagens. Após traçar todas as circunferências de referência, utilizou-se as equações paramétricas para determinar as coordenadas polares da involuta, utilizando o ângulo  $\varphi$  como parâmetro. A coordenada  $x$  da involuta foi obtida pela Equação 1 e a coordenada  $y$  pela Equação 2, nas quais  $\Phi$  é o ângulo de pressão da engrenagem:

$$x(\varphi) = Rp \times \left( \sin(\varphi) - \left( \varphi \times \frac{\pi}{180} \right) \times \cos(\Phi) \times \cos(\varphi + \Phi) \right) \quad (1)$$

$$y(\varphi) = Rp \times \left( \cos(\varphi) + \left( \varphi \times \frac{\pi}{180} \right) \times \cos(\Phi) \times \sin(\varphi + \Phi) \right) \quad (2)$$

A variação aproximada de  $\varphi$  utilizada nas engrenagens foi de  $-30^\circ$  a  $20^\circ$ .

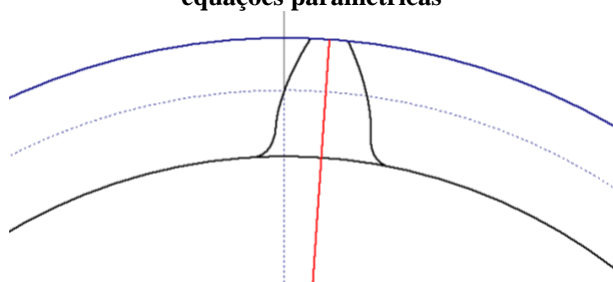
Delineadas as curvas involutas e traçadas as circunferências, iniciou-se o cálculo para determinar as trocoides nos perfis das engrenagens. Antes de se calcular as coordenadas da trocoide foi necessário determinar os valores de (A) e (B), coordenadas do centro do raio da ferramenta que gera a trocoide, visto que tais coordenadas são fatores base para o cálculo das coordenadas X e Y da trocoide. De maneira análoga à curva involuta, o filete da trocoide também é determinado por diversos pontos estabelecidos pelas coordenadas (x) e (y), que por sua vez são baseadas nos valores do ângulo  $\varphi$ . Além do ângulo  $\varphi$ , as coordenadas também utilizam como parâmetro o ângulo  $\lambda$ . As equações a seguir são utilizadas para determinar a angulação  $\lambda$  (Eq. 3), a coordenada X (Eq. 4) e a coordenada Y (Eq. 5) respectivamente da trocoide (MAAG GEAR COMPANY LTD., 1990).

$$\tan \lambda = \frac{B}{-r \cdot \varphi - A} \quad (3)$$

$$X_{troch} = r \cdot \sin \varphi + \left( \frac{-r \cdot \varphi - A}{\cos \lambda} + q_{fp} \right) \cos(\varphi + \lambda) \quad (4)$$

$$Y_{troch} = r \cdot \cos \varphi - \left( \frac{-r \cdot \varphi - A}{\cos \lambda} + q_{fp} \right) \sin(\varphi + \lambda) \quad (5)$$

Após realizar todos os cálculos e espelhar as curvas obtidas a partir das equações, obteve-se perfis envolventais como os da Figura 4.

**Figura 4 – Esboço com perfil gerado pelas equações paramétricas**

Fonte: elaborada pelos autores.

Uma vez finalizado os esboços das engrenagens, iniciou-se as operações de extrusão, para dar forma e finalizar as engrenagens.

### Dimensionamento e checagem dos componentes

Após projetar todos os componentes do redutor em *software* CAD 3D, iniciou-se a checagem do dimensionamento de estruturas e elementos mecânicos, com o intuito de se obter bons parâmetros de segurança para o uso didático. Por meio da utilização de equações matemáticas e da análise de tabelas dos fabricantes, foram verificadas as dimensões de

eixos, chavetas e engrenagens e calculadas as vidas úteis dos rolamentos utilizados. A verificação dos elementos mecânicos teve como objetivo checar as dimensões necessárias dos componentes para que suportem as cargas aplicadas, levando em consideração determinada faixa de segurança, avaliando se as dimensões adotadas são ou não suficientes; no caso das engrenagens, determinando-se os diâmetros de eixos e a especificação dos rolamentos.

Para se efetuar o dimensionamento dos componentes, considerou-se o torque máximo de entrada no primeiro eixo do redutor como 5 N·m (nível de torque facilmente alcançado com motores elétricos comerciais); as forças nas engrenagens estão diretamente ligadas a esse valor, às relações de transmissão e às geometrias distintas dos dentes. As forças consideradas em todo o processo de dimensionamento de estruturas podem ser vistas na Tabela 1. Vale ressaltar que as ECDRs não geram componentes de forças axiais devido a sua geometria de dentes paralelos ao eixo de transmissão de potência.

**Tabela 1 – Componentes de forças nas engrenagens considerando o torque de entrada de 5 N·m**

Engrenagem	Força Tangencial	Força Radial	Força axial
EconDR-1	204,92 N·m	69,33 N·m	27,49 N·m
EconDR-2	204,92 N·m	27,49 N·m	69,33 N·m
ECDH-1	464,96 N·m	169,23 N·m	81,98 N·m
ECDH-2	464,05 N·m	168,9 N·m	81,82 N·m
ECDR-1	1286,23 N·m	468,15 N·m	-
ECDR-2	1286,59 N·m	468,28 N·m	-

Fonte: elaborada pelos autores.

Considerando as forças aplicadas nas engrenagens e o torque aplicado em cada eixo, utilizou-se a equação de flexo-torção encontrada em Albuquerque (1980) para determinar os diâmetros que deveriam ser adotados nos eixos de seção cheia, para que esses suportem as cargas atuantes. Para utilizar essa equação foi necessário determinar o momento fletor máximo atuante em cada eixo.

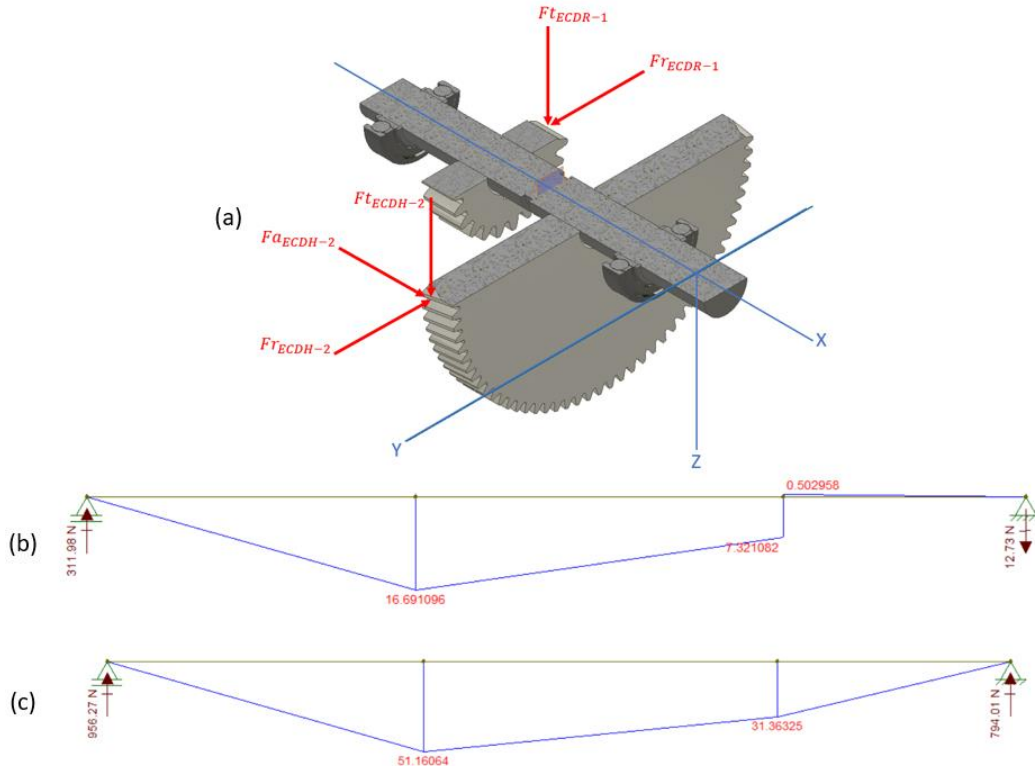
Em uma análise das forças atuantes em dois planos mutuamente perpendiculares, o

momento fletor utilizado será a resultante entre os dois maiores valores dos planos, uma vez que a ECDH e EconDR estão submetidas a cargas em três direções ortogonais. Para determinar as posições e valores dos maiores momentos, utilizou-se um programa de análise bidimensional para produzir os diagramas de flexão. Além de serem utilizados para dimensionar os eixos, os diagramas de flexão como os da Figura 5 também poderão ser usados como exemplos em aulas de Mecânica

Técnica e Resistência dos materiais e outras matérias que analisam os esforços em estruturas. A análise das forças aplicadas nas engrenagens e eixos ainda proporcionará modelos práticos para o cálculo das reações de

apoio em estruturas mecânicas e para o entendimento sobre o equilíbrio do corpo rígido.

**Figura 5 – (a): Forças atuantes na coroa ECDH e pinhão ECDR – (b): Diagrama de flexão do eixo 3 (coroa ECDH e pinhão ECDR) -plano XY – (c): Diagrama de flexão do eixo 3 (coroa ECDH e pinhão ECD) - plano XZ**



Fonte: elaborada pelos autores.

No dimensionamento das engrenagens, verificou-se o módulo adotado no projeto por meio de equações que consideram a resistência e desgaste dos dentes das engrenagens. A partir dessas equações, chegou-se à conclusão de que os módulos adotados seriam suficientes para suportar as cargas aplicadas, não sendo necessário alterar os valores previamente estabelecidos.

Além dos eixos e engrenagens, as chavetas e rolamentos também foram dimensionados com base nas forças aplicadas e as forças de reação nos mancais. No dimensionamento das chavetas, estabeleceu-se os comprimentos mínimos das chavetas que deveriam ser utilizadas em cada engrenagem. Já o dimensionamento dos rolamentos determina modelos específicos para cada eixo a partir da Vida Nominal do rolamento. De maneira

simplificada, a vida do rolamento pode ser definida como o período até a inviabilização do uso.

### Instrumentação para acionamento e verificação do redutor

De acordo com Silva (2017), redutores são conjuntos compostos por eixos e engrenagens e possuem a função de reduzir a rotação e aumentar o torque de determinado acionador.

Para facilitar a visualização desses fenômenos, redução da rotação e aumento do torque, de forma quantitativa, são necessários instrumentos específicos que analisem o torque e a rotação em cada eixo do redutor. Dessa forma as relações de transmissão entre os pares de engrenagens seriam demonstradas matematicamente, comprovando, através de

medições, o funcionamento teórico do redutor projetado, fazendo com que o projeto cumpra totalmente a sua proposta.

Para se avaliar a velocidade de rotação nos eixos, optou-se por utilizar um tacômetro digital com e sem contato, com faixa nominal laser de 2,5 até 99 999 rpm e por contato de 0,5 até 19 999 rpm; instrumento que permitirá uma rápida medição da rotação dos eixos. Entre os diversos instrumentos disponíveis para realizar medição de torque, utilizou-se um torquímetro de vareta com faixa nominal de 140 N·m e resolução de 1 N·m. Nesse caso o torque seria medido de forma estática, visto que o torquímetro, uma vez acoplado ao eixo, travaria a rotação do conjunto. O processo de medição estática não traz prejuízo ao entendimento do aluno quanto à multiplicação do torque.

Considerando-se a inércia dos eixos e engrenagens e que o redutor foi dimensionado para ter um acionamento com torque de entrada

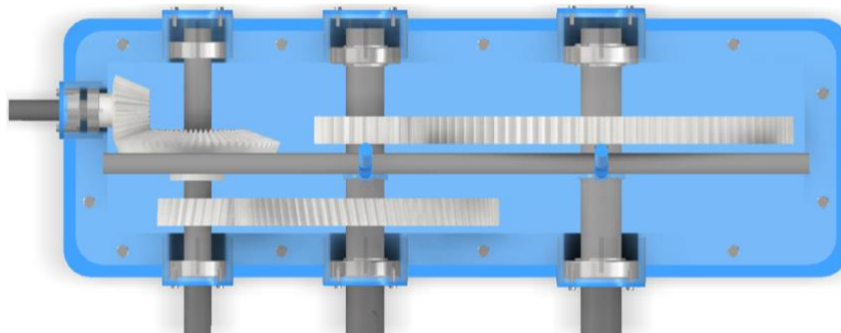
de 5 N·m, o motor escolhido para realizar o acionamento do redutor foi um motorreductor de corrente contínua de 12 V com torque mínimo de 5 N·m. Tal escolha foi pautada no custo, facilidade de instalação e controle de rotação do motor, aspectos esses que permitiram um fácil manuseio do sistema.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

### Reduções disponíveis no redutor

Com o mecanismo de seleção de estágios completo e em funcionamento, o redutor poderá operar com três relações de transmissão distintas, sendo elas  $(i_{total}) = 35,5$ ,  $(i_2) = 8,88$  e  $(i_1) = 2,5$  conforme a disposição das engrenagens nas Figura 6, Figura 7 e Figura 8, respectivamente.

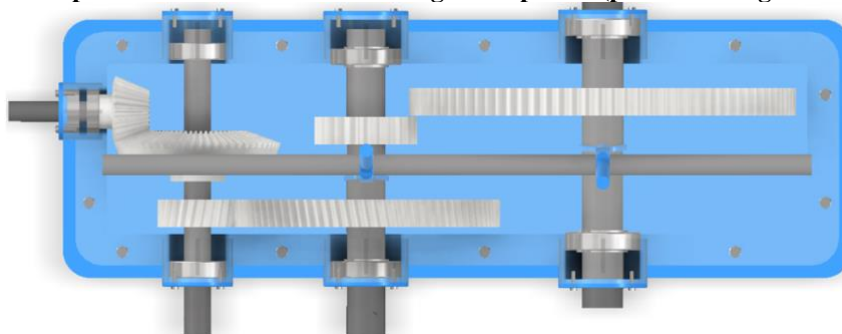
**Figura 6 – Vista superior do redutor com três estágios acoplados,  $(i_{total})=35,5$**



Fonte: elaborada pelos autores.

Para alterar a redução de  $(i_{total})=35,5$  para  $(i_2)=8,88$ , movimenta-se o garfo 2, deslocando o eixo 4 e consequentemente reduzindo o número de estágios em funcionamento. Ao movimentar os dois garfos, os eixos 3 e 4 são desacoplados, uma vez desacoplados a redução do conjunto passará a ser  $(i_1)=2,5$ .

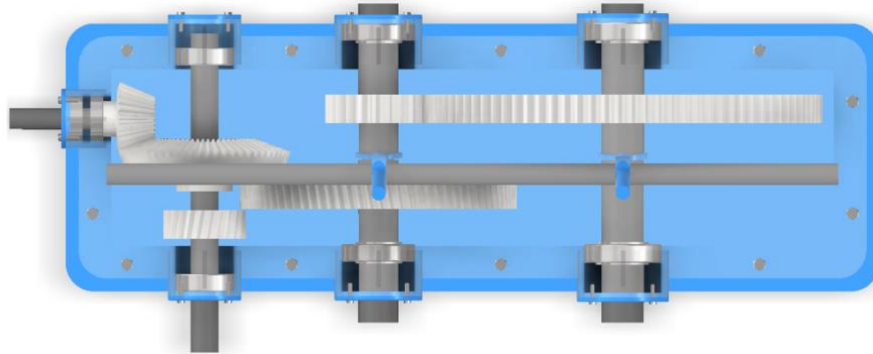
**Figura 7 – Vista superior do redutor com dois estágios acoplados (primeiro e segundo estágios),  $(i_2) = 8,875$**



Fonte: elaborada pelos autores.



**Figura 8 – Vista superior do redutor com um estágio em funcionamento (primeiro estágio),  $(i_1) = 2.5$**



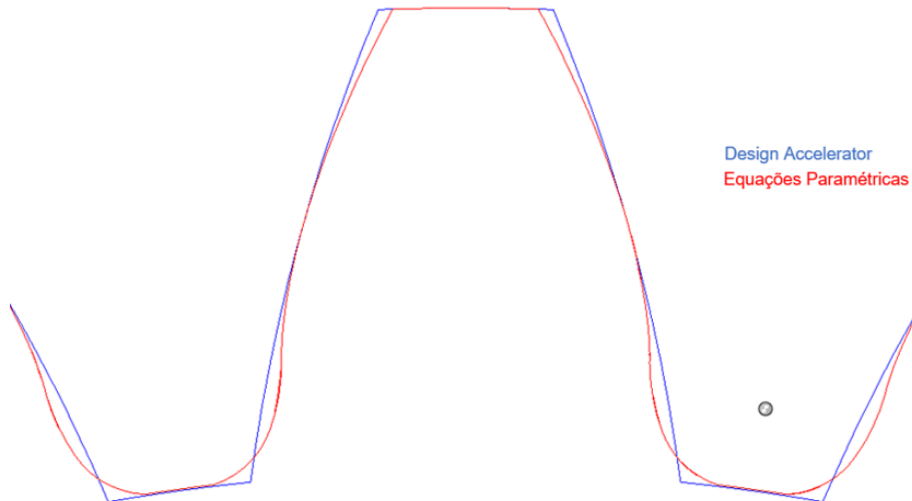
Fonte: elaborada pelos autores.

### **Comparação entre perfil gerado pelo Autodesk Inventor e perfil obtido por de equações paramétricas**

Após finalizar o projeto da engrenagem cilíndrica de dentes retos com as equações paramétricas, realizou-se uma comparação entre o perfil gerado pelo *Inventor* através do *Design Accelerator* e o perfil resultante das equações, com o intuito de demonstrar a discrepância entre as duas geometrias. Analisando a sobreposição dos perfis na Figura 9, percebe-se que a geometria produzida pelas

equações paramétricas é mais funcional, uma vez que as curvas geradas evitam interferências entre os pares de engrenagens (principalmente na base do dente), resultando em um perfil involuto que, de acordo com Nisbett e Budynas (2016), proporciona uma movimentação com menor ruído e permite o constante contato entre os dentes. Além disso, as equações garantem a ação conjugada no contato entre dentes, permitindo que as relações de transmissão permaneçam constantes durante o engrenamento dos dentes. Dessa maneira, todas as outras engrenagens foram desenhadas com base nas equações paramétricas.

**Figura 9 – comparação entre perfil de engrenagem gerada pelo Inventor (em azul) e perfil gerado através de equações paramétricas (vermelho)**



Fonte: elaborada pelos autores.

### **Custos estimados para fabricação do redutor didático**


Após finalizar os dimensionamentos dos elementos utilizados, iniciou-se a etapa de

planificação e detalhamento das peças para assim realizar um levantamento de custos para produção do redutor. A partir do orçamento feito com base nas planificações das peças (eixos, engrenagens, carcaça e tampas) e da

seleção de componentes mecânicos como rolamentos e parafusos, chegou-se ao custo estimado de R\$ 8.424,00 para produção do redutor. Além do custo de fabricação, são necessários instrumentos para uma melhor utilização do redutor e, conseqüentemente, o custo desses instrumentos deve ser avaliado. Para visualizar de maneira quantitativa o torque e rotação nos eixos é necessária a utilização de um torquímetro e um tacômetro, além de um motor para realizar o acionamento do redutor de forma constante. O valor aproximado para obtenção desses instrumentos foi de R\$ 1.080,00.

O custo aproximado de R\$ 8.424,00 para produção do redutor é viável, visto que não há redutores com mesmas características no mercado. Os redutores de três estágios com potência próxima de 1,42 Cv encontrados no mercado apresentam altas reduções e, conseqüentemente, grande porte, características que impossibilitam o uso didático em sala de aula. Além do porte, redutores com essas características e dimensões são comercializados na faixa de R\$ 10.500,00, valor que supera a produção do redutor didático e a compra dos instrumentos necessários para análise do funcionamento. Com preço de fabricação inferior, o redutor projetado ainda apresenta diversas características que resultam em uma gama de vantagens referentes ao ensino. O uso de uma tampa translúcida, um sistema de seleção do número de estágios em funcionamento, a presença de três tipos de engrenagens e as pequenas dimensões são algumas das características que propiciam essa melhora no ensino de disciplinas como Elementos de Máquinas, matéria base de cursos como o técnico em Mecânica Industrial, Engenharia Mecânica e outros cursos que necessitam de conhecimentos acerca de mecanismos e manutenção. Os dados finais referentes ao redutor podem ser vistos na Tabela 2.

**Tabela 2 – Dados finais do redutor projetado**

		<b>REDUTOR DE MÚLTIPLOS ESTÁGIOS SELECIONÁVEIS PARA FINS DIDÁTICOS</b>
Potência de entrada máxima		1,42 CV
Relação de transmissão total		1 : 35,5
Número de estágios		3
Torque máximo de entrada		5 N·m
Torque máximo de saída		177,5 N·m
Eixo de entrada		Ø 15 mm
Eixo de saída		Ø 30 mm
Dimensões aproximadas		575 mm x 310 mm x 210 mm
Massa aproximada		~30 Kg

Fonte: elaborada pelos autores.

No valor estimado para produção do redutor está incluso o valor do material e o da mão de obra. Considerando que boa parte dos elementos metálicos poderiam ser fabricados nos laboratórios de mecânica presentes nas escolas técnicas e/ou universidades, o valor total de produção do redutor seria reduzido drasticamente, uma vez que o custo relacionado à mão de obra seria desconsiderado. Sendo necessária apenas a compra dos materiais para fabricação dos componentes, a produção do redutor se tornaria ainda mais vantajosa.

## CONCLUSÕES

A principal diferença e vantagem do redutor projetado em relação aos redutores encontrados no mercado é a presença de um sistema de acoplamento de eixos que permite uma rápida seleção e troca do número de estágios em funcionamento. Esse sistema possibilitará um melhor entendimento sobre as relações de transmissão entre engrenagens e sobre o funcionamento de trens compostos e trens simples de engrenagens, visto que o redutor poderá ser utilizado com três reduções distintas, alternadas a partir do acoplamento ou desacoplamento dos eixos, uma vez que os garfos do sistema de seleção de estágios são movimentados. Além do sistema de

acoplamento, o redutor possui uma tampa confeccionada em acrílico translúcido, detalhe que, em conjunto com o sistema de seleção de estágios, confere ao redutor diversos benefícios em relação ao ensino. O uso do redutor em questão permitirá e facilitará:

- a) a visualização dos componentes internos de um redutor composto por engrenagens em ação;
- b) a visualização e entendimento sobre o funcionamento de redutores;
- c) a observação das diferenças no funcionamento de engrenagens cônicas, engrenagens cilíndricas de dentes retos e cilíndricas de dentes helicoidais;
- d) o entendimento sobre sistemas de acoplamento e desacoplamento de eixos;
- e) o entendimento sobre os fenômenos físicos e matemáticos atuantes no redutor;
- f) a escolha da quantidade de estágios de redução;
- g) a visualização dos efeitos da mudança da quantidade de estágios na rotação e torque de saída do redutor dado um certo torque e rotação de entrada.

Todas essas melhorias no quesito didático, juntamente com as dimensões e massa do redutor (aproximadamente 30 Kg; 575 mm de comprimento; 310 mm de altura e 210 mm de largura), foram desenvolvidas a fim de tornar o equipamento simples, robusto e um modelo para auxílio e esclarecimento de dúvidas não somente de disciplina técnicas como Elementos de Máquinas, Fabricação mecânica, Manutenção, mas também de Física, Matemática e outras disciplinas que demandem conceitos relacionados aos aspectos construtivos desse dispositivo.

## AGRADECIMENTOS

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Campus Araxá. O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil (CNPq).

## NOTAS

Todos os autores listados contribuíram de forma incisiva no trabalho nas etapas de planejamento, orientação, execução e levantamento do custo estimado para a fabricação do protótipo.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, O. A. **Elementos de Máquinas - Engrenagens Cilíndricas**. Mogi das Cruzes-SP, 2016.

ANDRADE, M. F.; MASSABNI, V. G. O desenvolvimento de atividades práticas na escola: um desafio para os professores de ciências. **Ciências e Educação**, p. 835-854, 2011.

BRASIL. Presidência da República. **Lei nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional Diário Oficial da União, seção 1, Brasília, DF: 23 dez. 1996. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm) Acesso em: 23 jul. 2020.

BSI. BSI Standards Limited. **BS ISO 23509 - Bevel and hypoid gear geometry**. Vernier, Geneva, Suíça, 2016.

COSTA, A. L. et al. Da teoria à prática: a utilização de oficinas didáticas no processo de ensino e aprendizagem para alunos do ensino médio. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 13, n. 1, p. 240-254, 2020.

FISCHER, U. **Manual de Tecnologia Metal Mecânica**. São Paulo: Edgar Blucher, 2008.

FREITAS, E. J. R.; FORTES, L. S. Aprendizagem Ativa aplicada à Engenharia: Um estudo sobre a percepção do aprendizado. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 39, p. 295-311, 2020.

MAAG. MAAG GEAR COMPANY LTD. **MAAG GEAR BOOK**. Zurique, Suíça, 1990.

MELCONIAN, S. **Mecânica Técnica e Resistência dos Materiais** (17ª ed.), [s.d.].

- NETO, P. S. **Fundamentos para o projeto de componentes de máquinas.** Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2005.
- NISBETT, J. K.; BUDYNAS, R. G. **Elementos de Máquinas de Shigley.** Porto Alegre: AMGH, 2016.
- NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas.** Porto Alegre: Bookman, 2013.
- NSK. **Catálogo Geral de Rolamentos,** [s.d.].
- PROVENZA, F. **Desenhista de Máquinas.** São Paulo: Editora F. Provenza, 1991.
- PROVENZA, F. **Projetista de Máquinas.** São Paulo: Editora F. Provenza, 1996.
- RABONI, P. C. **Atividades práticas de ciências naturais na formação de professores para as séries iniciais.** 2002. 166f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.
- SILVA, H. A. **Apostila de Elementos de Máquinas.** CEFET, Araxá, 2017.
- STEFANELLO, V. et al. Análise do perfil de aprendizagem dos estudantes de um Campus Universitário Tecnológico a partir da aplicação de metodologias ativas. **Revista de Estudos e Pesquisa sobre Ensino Tecnológico (EDUCITEC)**, v. 6, 2020.
- VALE, F. A. **Desenho de Máquinas.** Apostila. 2006.

## DADOS BIOGRÁFICOS DOS AUTORES



**Luís Otávio de Oliveira Alvarenga** – É formando no curso Técnico em Mecânica Industrial pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). Participou com êxito do projeto de Iniciação Científica pautado na “Concepção e projeto de um redutor de múltiplos estágios selecionáveis composto por engrenagens para fins didáticos”, com o auxílio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica aos Estudantes de Ensino Médio (PIBIC-JR). Medalhista na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) nas edições 2014, 2015, 2017 e 2019.



**Horácio Albertini Neto** – Professor do curso técnico em Mecânica Industrial e das Engenharias de Automação Industrial e de Minas do CEFET-MG, *campus* Araxá. É doutor em Engenharia Mecânica pelo Politecnico di Milano, mestre em Engenharia Estrutural também pelo Politecnico di Milano, engenheiro mecânico pela PUC-Minas e engenheiro civil pela UFMG. Foi professor da PUC-Minas entre 2013 e 2017 e trabalhou durante 15 anos, de 2002 a 2017, como engenheiro projetista e como gerente industrial na HASA Ltda. Professor na área de tecnologia mecânica e processos de fabricação, Horácio Albertini é também especialista em engrenagens e elementos de transmissão mecânica.



**Thiago Gomes Cardoso** – É graduado (2016) e mestre (2018) em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU) com ênfase em mecânica dos sólidos, vibração e engenharia biomecânica. Coursou também, como aluno de intercâmbio, Engenharia Mecânica na *Embry-Riddle Aeronautical University campus Daytona Beach*, Flórida. Durante esse tempo atuou em áreas como acústica para detecção de falhas em componentes, simulação por elementos finitos de materiais compósitos, análise dimensional e otimização não linear em empresas como *DuPont Engineering Technology* (DuET) nos Estados Unidos e APROM no Brasil. Atualmente é professor do departamento de Eletromecânica do CEFET-MG, desempenhando pesquisas e atividades nas áreas de elementos de máquinas, metrologia, estática e resistência dos materiais. Participa, também, do grupo de pesquisa CINTESP.Br (Centro Brasileiro de Referência em Inovações Tecnológicas para Esportes Paralímpicos) com foco no desenvolvimento de tecnologias inovadoras para o Esporte Paralímpico e pessoas com deficiência, visando a melhoria de performance e qualidade de vida.



**Thiago Ferreira Querino** – É doutorando em Engenharia Mecânica pela UFU na área de concentração Processos de Fabricação com pesquisas em Manufatura Aditiva (previsão de término em 2024), Mestre em Engenharia Mecânica pela UFMG (2015) na área de Energia e Sustentabilidade (linha de Equipamentos e Sistemas Térmicos), Especialista em Projetos de Máquinas pela PUC-MG (2009) e graduado em Engenharia de Produção pela UNIVERSO-BH (2008). Experiência como consultor em processos produtivos e atuação profissional em diversos segmentos industriais. Professor de cursos profissionalizantes e de nível superior na área de Engenharia Mecânica no CEFET-MG, *campus* Araxá.



**Renato Montandon de Lima** – É doutorando em Engenharia Mecânica, área de Biomecânica, pela Universidade Federal de Uberlândia. Mestre em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Uberlândia (2008). Especialização em Máquinas Agrícolas pela Universidade Federal de Lavras (2002). Graduação em Licenciatura em Matemática pelo Centro Universitário do Planalto de Araxá /MG (2000). Professor do ensino básico, técnico e tecnológico do Centro Federal de Educação tecnológica de Minas Gerais, *campus* Araxá, desde 1994. Tem experiência na área de Engenharia Mecânica, atuando principalmente nos seguintes temas: educação média e profissional, desenho técnico mecânico, desenho de máquinas, CAD e usinagem por descargas elétricas.