

UTILIZAÇÃO DE MÉTODOS E FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS ALTERNATIVOS NO ENSINO APLICADO DE RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

USE OF ALTERNATIVE METHODS AND COMPUTATIONAL TOOLS FOR APPLIED TEACHING OF MECHANICS OF MATERIALS

Guilherme Chades Augustinho¹, Julio Cesar Navari², Sílvio Aparecido Verdério Júnior³, Celio Caminaga⁴

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v41p93-104.2022

RESUMO

A previsão de deflexões em estruturas solicitadas por esforços axiais – como barras e treliças – é estudada pela Resistência dos Materiais e tem diversas aplicações práticas de engenharia. A solução tradicional desse tipo de problema se dá por meio do método analítico aproximado, através da hipótese de pequenos deslocamentos. A ausência de metodologias alternativas de solução desse problema acaba por prejudicar o processo de ensino-aprendizagem, especialmente em um contexto de isolamento social, suspensão de aulas presenciais e ensino a distância. Nesse sentido, o presente trabalho apresenta e explora diferentes métodos de solução e de ensino-aprendizagem da situação-problema tratada: método analítico exato e métodos computacionais com os *softwares* Ftool e FEA PrePoMax. A utilização exclusiva de *softwares* livres demonstra alternativas à criação de diferentes metodologias de ensino-aprendizagem e/ou realização de pesquisas, mesmo em cenários de maior restrição orçamentária e redução de investimentos. Comprovou-se que as diferentes metodologias de solução são equivalentes em termos de precisão. Foram mostradas ferramentas de diversificação de abordagens pedagógicas, de construção de estratégias de ensino interdisciplinar e/ou orientado a projetos, de inclusão e motivação discente e para redução das taxas de retenção escolar e evasão. Os *softwares* utilizados se mostraram como ferramentas didáticas, de fácil utilização, grande aplicabilidade prática-profissional e com um diferencial de formação.

Palavras-chave: Resistência dos Materiais; metodologias de ensino; métodos computacionais; FEA.

ABSTRACT

The prediction of deflections in structures requested by axial forces - such as bars and trusses - is studied by the Mechanics of Materials and has several practical applications of Engineering. The traditional solution for this type of problem is through the approximate analytical method, through the hypothesis of small displacements. The absence of alternative methodologies for solving this problem harms the teaching-learning process, especially in a context of social isolation, suspension of face-to-face classes, and distance learning. In this sense, the present work presents and explores different methods of solution and the teaching-learning of the problem-situation treated: exact analytical method and computational methods with the software Ftool and FEA PrePoMax. The exclusive use of free software demonstrates alternatives to the creation of different teaching-learning methodologies and/or researching, even in scenarios of greater budget constraint and reduced investments. It has been proven that the different solution methodologies are equivalent in terms of

¹ Graduando em Engenharia Mecânica, IFSP Campus Araraquara; guilhermechades@hotmail.com

² Graduando em Engenharia Mecânica, IFSP Campus Araraquara; juliocesarnavari@gmail.com

³ Docente, IFSP Campus Araraquara; silvioverderio@ifsp.edu.br

⁴ Docente, IFSP Campus Araraquara; ra.caminaga@ifsp.edu.br

precision. They showed themselves as tools for the diversification of pedagogical approaches, of construction interdisciplinary teaching strategies and/or project-oriented teaching, of inclusion and student motivation, and to reduce school retention rates and evasion. The software used proved to be didactic tools, easy to use, with great practical and professional applicability, and as an education formation differential.

Keywords: Mechanics of Materials; Teaching Methodologies; Computational Methods; FEA.

INTRODUÇÃO

Beer et al. (2012), Beer et al. (2015) e Hibbeler (2018) ensinam que para analisar e projetar qualquer tipo de estrutura o estudante ou profissional de engenharia deve ter o conhecimento e o amplo domínio dos conceitos de tensão e deformação. Define-se tensão como a intensidade das forças distribuídas sobre uma determinada área e deformação como as alterações dimensionais causadas em um corpo devido à aplicação de esforços.

Solicitações axiais ocorrem quando uma peça, elemento de máquina ou estrutura está carregada, por esforços de tração ou compressão, na direção axial-longitudinal e perpendicular ao plano da seção transversal. Esforços desse tipo são extremamente comuns nas mais diversas aplicações de engenharia, como em treliças, barras, vigas e colunas de concreto armado, ensaios mecânicos de tração e compressão em materiais etc. Dessa forma, o bom aprendizado desse assunto, abordado nas disciplinas de Estática e Resistência dos Materiais dos cursos de Engenharia, é de suma importância para a formação profissional do estudante de engenharia. Nesse sentido, o desenvolvimento e a utilização de diversas metodologias de ensino-aprendizagem se mostram imprescindíveis.

A abordagem mais comum de tais tópicos nos cursos de Engenharia é através da explicação teórica e exemplificação através da resolução de exercícios e aplicações – tudo por meio de uma única metodologia de resolução através da hipótese de pequenos deslocamentos, chamada neste trabalho de Método da Solução Analítica Aproximada. Outra metodologia de ensino utilizada, que é

menos usual nos cursos de graduação, é a solução de equações analíticas de circunferências para prever a configuração deformada final, chamada neste artigo de Método da Solução Analítica Exata.

Apesar de os métodos descritos serem clássicos, relativamente práticos e confiáveis, muitas vezes se faz necessária a utilização de metodologias mais visuais e com o auxílio de ferramentas computacionais, observando-se a teoria de múltiplas inteligências de Gardner e a busca de um aprendizado efetivo, duradouro e inclusivo.

Conforme foi mostrado nos trabalhos de Alberti et al. (2015), Angrizani et al. (2017), Oliveira et al. (2018) e Manrique e Póvoa (2020), os métodos computacionais para resolução de problemas são a cada dia mais utilizados na engenharia, e seu uso tende a ter grandes crescimentos futuramente. Com o atual cenário de pandemia, juntamente com o cancelamento das aulas presenciais, metodologias com essas características podem ajudar no desenvolvimento dos alunos e suprir carências e deficiências geradas pelo cenário atual – como retratado no trabalho de Ferlin et al. (2020). De forma semelhante, mas focada no ensino não presencial, destaca-se o estudo de Vilela et al. (2016). Os principais métodos que contêm essas características e podem ser implementados facilmente na situação-problema tratada são Análise por Elementos Finitos (FEA) em geometrias 3D e Análise 2D através do *software* Ftool.

Huiskes e Chao (1983), resumidamente, afirmam que o método FEA consiste na divisão discreta de uma geometria complexa em partes menores (elementos) que se ligam uns aos outros através de nós, de forma que o todo se

resume à soma discreta dos comportamentos das partes. O *software* Ftool é um programa para análise estrutural plana, com o objetivo de promover eficiência e simplicidade na análise de estruturas (SILVA CASTILLO, 2018). Ambos os métodos são bastante utilizados nas mais diversas áreas e tipos de engenharia, especialmente em estudos envolvendo treliças. O método FEA em treliças pode ser mais bem observado nos trabalhos de Sampaio (2004) e Neto, Lopes e Lopes (2014).

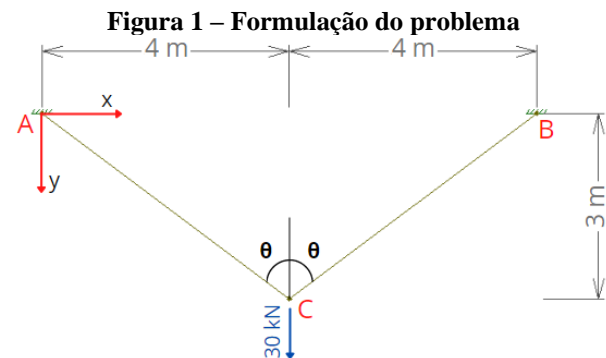
O presente trabalho demonstra a utilização de diferentes métodos de ensino-aprendizagem do tópico “Solicitação por Esforço Normal em Treliças”, abordado nas disciplinas de Estática e Resistência dos Materiais dos cursos de Engenharia, comparando-se a aplicabilidade, vantagens e viabilidade dessas. Os métodos estudados foram: analítica exata, analítica aproximada, computacional com o *software* Ftool e computacional FEA com o *software* PrePoMax.

Os elevados custos de licenciamento e a própria deficiência e restrição orçamentária da instituição de ensino, muitas vezes, inviabilizam a utilização de *softwares* comerciais convencionais de engenharia nas áreas de ensino, pesquisa e extensão. Dessa forma, como alternativa e diferencial inclusive deste trabalho, todas as ferramentas computacionais utilizadas são totalmente livres, de código aberto e disponíveis aos mais diversos setores da sociedade (alunos, professores, instituições de ensino, pesquisadores, empresas etc.).

METODOLOGIA

A partir da situação-problema estudada, demonstrar-se-á a aplicabilidade dos diferentes métodos avaliados à situação-problema. Duas barras de treliça em aço carbono estão fixadas na parte superior e articuladas no ponto (C), onde atua uma força vertical de 30 kN, que faz surgir tensões normais nas barras, deformando-as em regime linear-elástico. O objetivo do projeto é determinar o deslocamento do Nó (C), de forma a prever e evitar falhas de projeto, como folgas e tolerâncias em excesso, perda de encaixes e mesmo falhas estruturais da própria

estrutura ou de elementos próximos. A formulação do problema estudado pode ser visualizada na Figura 1.



Fonte: elaborada pelos autores.

Como propriedades físicas e geométricas, tem-se que o módulo de elasticidade do aço-carbono utilizado nas treliças é igual a 200 GPa e as áreas de seção transversal das barras AC e BC são, respectivamente, 1000 mm² e 2000 mm².

Para a resolução do problema através da utilização das metodologias analíticas (exata e aproximada), faz-se necessária a utilização dos conceitos de Estática de Corpo Rígido, admitindo-se que a estrutura se encontra em equilíbrio estático no espaço, com o somatório de forças nas direções x e y iguais a zero.

Através da utilização do Método dos Nós ou Método de Cremona, descrito por Beer et al. (2012) para treliças, tem-se a determinação das condições de equilíbrio no Nó (C) para as direções x e y:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{AC} \cdot \text{sen } \theta = T_{BC} \cdot \text{sen } \theta \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_{AC} \cdot \text{cos } \theta + T_{BC} \cdot \text{cos } \theta = 30 \quad (2)$$

em que T_{AC} e T_{BC} são os esforços normais atuantes nas barras AC BC, respectivamente, e o ângulo θ é determinado a partir do triângulo retângulo perfeito ABC formado. Resolvendo-se o sistema linear das Equações (1) e (2), tem-se $T_{AC} = T_{BC} = 25 \text{ kN}$, observando-se uma distribuição igualitária dos esforços pela simetria da geometria da estrutura.

Após a determinação estática dos esforços, tem-se a avaliação dos deslocamentos das

barras, por meio dos conceitos de deformação por solicitação normal da disciplina Resistência dos Materiais. De acordo com Hibbeler (2018), das hipóteses de material isotrópico e homogêneo e da Lei de Hooke, tem-se:

$$\Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} \quad (3)$$

em que N é o esforço normal na seção analisada, em kN; L o comprimento inicial da barra, em mm; A é a área da seção transversal reta, em mm²; e E o Módulo de Elasticidade do Material, em GPa. Das propriedades físicas e geométricas das barras, obtêm-se $\Delta L_{AC} = 0,625$ mm e $\Delta L_{BC} = 0,3125$ mm.

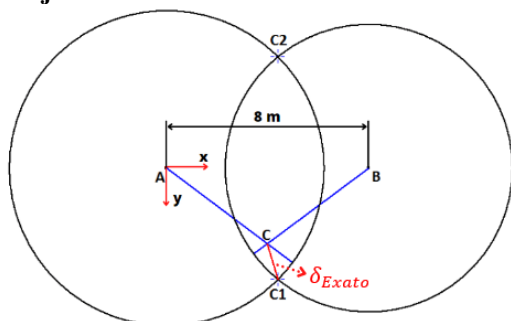
A partir da formulação do problema e das análises e dos cálculos realizados nesta seção, comuns às metodologias analíticas, explorar-se-á as principais diferenças e particularidades de cada método nas próximas seções.

Método da Solução Analítica Exata

Esse método trabalha numa interface interdisciplinar com as disciplinas de Geometria Analítica e Álgebra Linear, por meio dos conceitos de equação da circunferência e distância entre pontos, e de Programação, na resolução numérica do sistema algébrico formado.

De forma resumida, o método consiste na determinação geométrica do ponto de encontro dos arcos de circunferência descritos pela rotação, isolada, das barras deformadas AC e BC, conforme ilustrado na Figura 2, representada fora de escala para uma melhor visualização conceitual.

Figura 2 – Representação geométrica 2D das trajetórias circulares das barras deformadas



Fonte: elaborada pelos autores.

É visualizável que, matematicamente, existem dois possíveis pontos de encontro das trajetórias circunferenciais; pontos (C1) e (C2). Da realidade física do problema estudado, exclui-se a solução do ponto (C2), concluindo-se que a posição analítica exata (real) da configuração deformada da treliça se encontra localizada no ponto (C1). Dessa forma, a deflexão da estrutura é dada pela distância CC1, denotada δ_{Exato} .

A determinação geométrica das coordenadas do ponto (C1) é obtida através da resolução do sistema de equações algébrico das equações de circunferência das barras deformadas AC e BC.

$$x^2 + y^2 = (AC + \Delta L_{AC})^2 \quad (4)$$

$$(x - 8000)^2 + y^2 = (BC + \Delta L_{BC})^2 \quad (5)$$

A solução matemática do sistema algébrico é obtida com o *software* wxMaxima, versão 21.02.0, utilizado na manipulação e resolução de expressões matemáticas simbólicas e numéricas. Observa-se que a solução do sistema fornecerá quatro incógnitas – as respectivas coordenadas x e y dos pontos (C1) e (C2).

Ao final, a determinação da deflexão δ_{Exato} ocorre da própria definição da distância entre pontos, de forma que:

$$\delta_{Exato}^2 = (x_c - x_{c_1})^2 + (y_c - y_{c_1})^2 \quad (6)$$

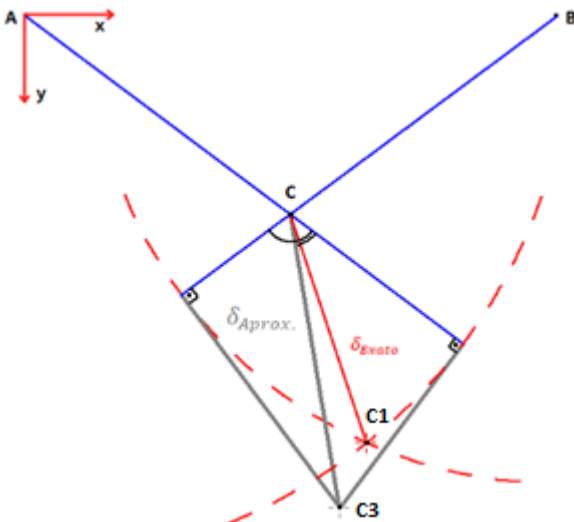
em que x_c e y_c e x_{c_1} e y_{c_1} são as coordenadas x e y , em mm, dos pontos (C) e (C1) e nessa ordem.

Método da Solução Analítica Aproximada – Hipótese de Pequenos Deslocamentos

Esse método utiliza a mesma forma de análise física do problema anterior, com base na posição final deslocada das barras deformadas, no entanto, admitindo-se dessa vez a hipótese de pequenos deslocamentos. Dessa forma, os arcos de circunferência são substituídos por retas, tangentes a esses arcos e perpendiculares

às configurações das barras deformadas. Essas retas formam dois triângulos retângulos semelhantes, cujo ponto de intersecção é utilizado na definição da deflexão da estrutura, dada pela distância CC3 e denotada por δ_{Approx} . A Figura 3 ilustra comparativamente os métodos analíticos de solução, sendo representada fora de escala para uma melhor visualização conceitual.

Figura 3 – Representação geométrica 2D das trajetórias, circulares e tangenciais das barras deformadas



Fonte: elaborada pelos autores.

A determinação do valor de δ_{Approx} ocorre através da aplicação de conceitos de semelhança de triângulos e das características físicas e geométricas da situação-problema estudada.

Método Computacional – *Software* Ftool

Para as metodologias computacionais de solução da situação-problema tratada, tem-se inicialmente a utilização do *software* Ftool, versão 4.00.03.

O processo de modelagem e simulação se inicia com a criação (desenho) da estrutura do problema formulado, conforme a Figura 1. Em seguida, tem-se a definição das restrições – do tipo engastamento nos pontos (A) e (B) – e da carga concentrada de 30 kN no ponto (C). Prosseguindo, tem-se a definição das características físicas ($E = 200$ GPa) e geométricas (tipo e dimensões das seções

transversais das barras). Ao final, tem-se a simulação e exibição da configuração deformada da estrutura, obtendo-se o valor da deflexão do ponto (C) e denotada por δ_{Ftool} .

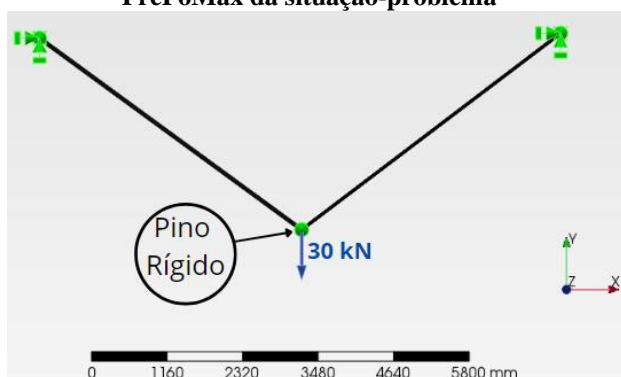
Além da previsão e cálculo de configuração deformada, o *software* também disponibiliza ferramentas para cálculo e análise de reações externas e diagramas de esforços internos solicitantes (normal, cortante e momento fletor) para estruturas estáticas e hiperestáticas. Hibbeler (2017) destaca que para a realização de projetos reais faz-se necessário, pelo estudante ou profissional de engenharia, o conhecimento detalhado das forças e momentos atuando em cada ponto ao longo da viga ou estrutura. Dessa forma, essa ferramenta computacional facilita e torna mais eficaz o processo de ensino-aprendizado, bem como torna mais rápido e intuitivo o processo de análise e dimensionamento de estruturas das disciplinas de Estática e Resistência dos Materiais dos cursos de Engenharia.

Método Computacional FEA – *Software* PrePoMax

Para a utilização de um método computacional de FEA da situação-problema tratada, tem-se o *software* PrePoMax, versão 0.9.0, que é uma interface de pré e pós-processamento do *solver* Calculix FEA para a plataforma Windows®. Essa ferramenta é totalmente livre e apresenta uma interface bastante intuitiva, didática e de fácil utilização.

Para a utilização das ferramentas FEA do *software* é preciso, inicialmente, criar e importar o modelo CAD 3D de representação geométrica da situação-problema estudada. A criação desse modelo CAD ocorre através de *softwares* de desenho convencionais, como o SALOME ou FreeCAD. Em seguida, tem-se a etapa de criação da malha, utilizando-se elementos tetraédricos parabólicos de 2ª ordem. Prosseguindo, tem-se a definição das restrições (do tipo fixas), aplicação da carga concentrada e definição das propriedades físicas do material, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. A Figura 4 ilustra a representação do modelo numérico construído.

Figura 4 – Modelo Numérico FEA do *software* PrePoMax da situação-problema



Fonte: elaborada pelos autores.

Foram utilizados artifícios numéricos para que a simulação 3D de FEA realizada fosse a mais próxima possível da realidade física da situação-problema 2D formulada, de forma a permitir uma comparação em condições equivalentes das diferentes metodologias trabalhadas neste artigo.

Para a ligação das barras AC e BC, foi criado um elemento virtual de pino passante entre elas, com centro localizado exatamente à 5000 mm da extremidade de cada barra, como no problema proposto. Com esse elemento adicional, consegue-se que a força seja aplicada de maneira fiel à situação-problema proposta, com a carga total igualmente dividida e aplicada nas duas faces externas do pino, garantindo-se também a equivalência estática do novo sistema de força e o momento gerado com a formulação original.

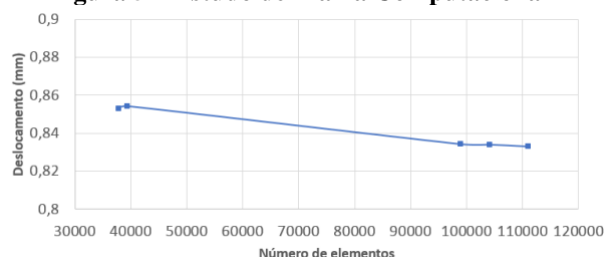
Outra questão é que o pino deve se comportar como um corpo rígido indeformável, exercendo a menor influência possível nos resultados da simulação. Dessa forma, como artifício numérico define-se virtualmente o $E = 200.000 \text{ GPa}$, ou seja, mil vezes mais resistente que o material das barras.

Também foi necessário restringir o deslocamento do pino na direção z, de forma a melhor aproximar a simulação tridimensional realizada à situação-problema bidimensional formulada.

Na etapa de definição da malha, faz-se necessária a realização de um estudo de independência e consistência de malha, a fim de selecionar, em termos de custo-benefício, a configuração mais adequada ao problema analisado. Para isso, foram realizadas

simulações até a convergência de solução com cinco malhas de diferentes níveis de refinamento, conforme o ilustrado na Figura 5, e com a malha padrão gerada pelo *software* PrePoMax com 77752 nós e 37734 elementos. Observável é que, a partir da terceira malha estudada, com 188737 nós e 98885 elementos, os deslocamentos se estabilizam. Dessa forma, em termos de custo-benefício e tempo computacional requerido, a malha com 188737 elementos é a melhor configuração a ser utilizada na situação-problema estudada.

Figura 5 – Estudo de Malha Computacional



Fonte: elaborada pelos autores.

Comparação entre Métodos – Erro Relativo

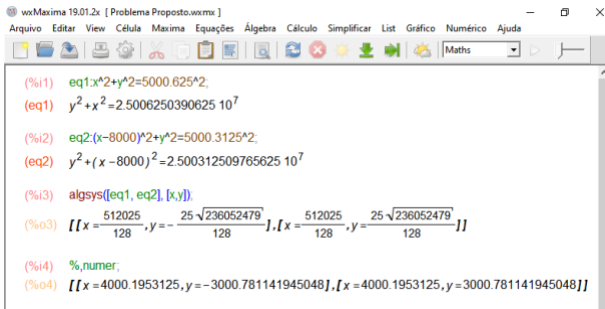
De forma a comparar a precisão das diferentes metodologias estudadas e admitindo-se o valor δ_{Exato} do método analítico exato como referência, tem-se o cálculo do erro relativo dado por:

$$Erro (\%) = \frac{|\delta - \delta_{EXATO}|}{\delta_{EXATO}} \cdot 100\% \quad (7)$$

RESULTADOS

A solução do sistema de equações algébricas do Método Analítico Exato, conforme Equações (4) e (5), ocorre através do *software* wxMaxima, cuja interface e sub-rotina de programação se encontram apresentados na Figura 6. Destaca-se que a aplicação dessa ferramenta computacional permite uma retomada de conhecimentos e/ou trabalho interdisciplinar com as disciplinas de Introdução à Computação, Linguagens de Programação e Cálculo Numérico.

Figura 6 – Solução do Sistema Algébrico através do software wxMaxima



Fonte: elaborada pelos autores.

Obtém-se o valor de C1 (4000,1953; 3000,7811) e despreza-se o valor de C2 por incompatibilidade física à situação-problema.

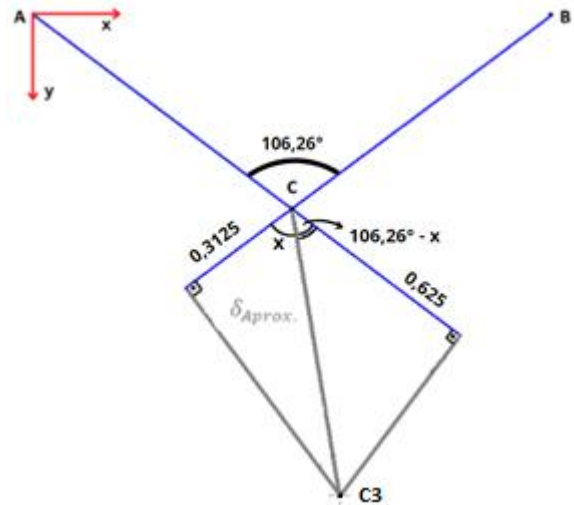
Das coordenadas dos pontos C e C1, tem-se da Equação (6), $\delta_{Exato} = 0,80519 \text{ mm}$. Tal valor representa a resposta mais precisa ao problema em análise e será utilizada como parâmetro de comparação e precisão entre métodos.

Importante destacar que esse método, apesar da abordagem analítica clássica, representa uma alternativa para melhor discutir e apresentar a solução do problema proposto. Ademais, permite uma melhor e mais prática visualização e utilização de conceitos (como a hipótese de pequenos deslocamentos e suas limitações) e também de conteúdos tratados em outras disciplinas, como Geometria Analítica e Álgebra Linear, Programação etc. Apesar dessa metodologia ser mais comumente apresentada e discutida em cursos de pós-graduação, estimula-se a sua utilização como ferramenta auxiliar de ensino-aprendizagem e de formação mais aprofundada nos cursos de graduação de Engenharia.

No Método da Solução Analítica Aproximada, partindo-se dos valores dos deslocamentos calculados e das relações de semelhança dos triângulos retângulos internos, o cálculo do $\delta_{Approx.}$ ocorre conforme arranjo trigonométrico da Figura 7 e conforme Equação:

$$\delta_{Approx.} = \frac{0,3125}{\cos x} = \frac{0,625}{\cos (106,26^\circ - x)} \quad (8)$$

Figura 7 – Arranjo trigonométrico para avaliação e cálculo do $\delta_{Approx.}$



Fonte: elaborada pelos autores.

Da resolução da Equação (8), obtém-se finalmente $\delta_{Approx.} = 0,8054 \text{ mm}$.

Essa metodologia de solução é a forma clássica de apresentação, discussão e aplicação do conteúdo solicitação por esforço normal em treliças, da disciplina de Resistência dos Materiais dos cursos de Engenharia. Por fim, importante destacar que esse método trabalha de forma a retomar, com aplicabilidade específica de Engenharia, os conteúdos estudados em disciplinas anteriores de Fundamentos de Matemática, Pré-Cálculo ou Cálculo Diferencial Básico e/ou habilidades e conhecimentos do Ensino Médio.

Para o Método Computacional com o Ftool, tem-se a visualização da deflexão da estrutura e os valores de referência para o seu cálculo através da Figura 8. O cálculo do δ_{Ftool} ocorre através dos valores dos deslocamentos parciais do ponto (C) em x e y, denotados por D_x e D_y , respectivamente, e da aplicação do Teorema de Pitágoras, obtendo-se:

$$\delta_{Ftool} = \sqrt{(D_x)^2 + (D_y)^2} \quad (9)$$

Dessa forma, tem-se $\delta_{Ftool} = 0,8052 \text{ mm}$.

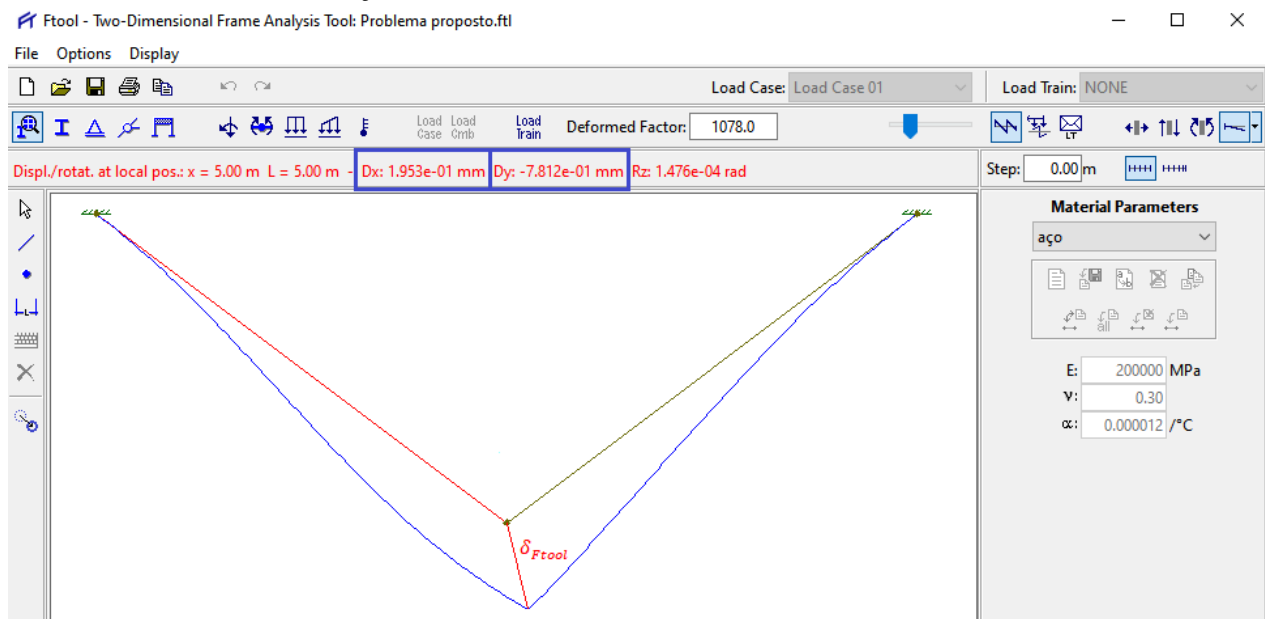
Na Figura 8 também é possível visualizar o Diagrama de Esforço Normal (DEN) sobre as barras da estrutura, que concorda perfeitamente com os valores $T_{AC} = T_{BC} = 25 \text{ kN}$ calculados

através do Método dos Nós. A Figura 8 também ilustra o módulo, direção e sentido das forças de reação em que ocorrem nos vínculos nos pontos (A) e (B).

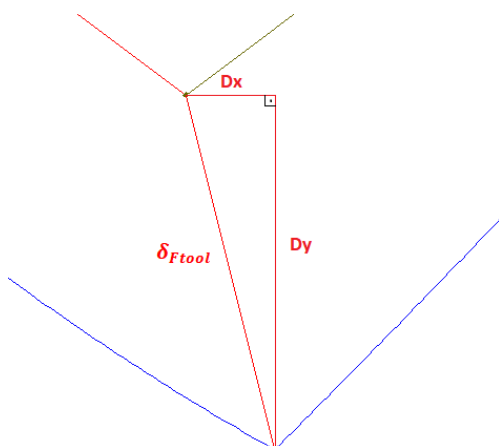
Por fim, é importante destacar que tal metodologia é extremamente visual, simplificada e prática, sem a necessidade de muitos cálculos manuais e/ou ferramentas numéricas de maior complexidade. Dessa forma, espera-se que tal artifício auxilie no

processo de ensino-aprendizagem de alunos com maiores dificuldades em procedimentos de cálculos, motivando-os, a partir da aplicabilidade prática dessa ferramenta, a persistir no processo de estudo e auxiliando na redução das taxas de evasão e desistência nas disciplinas de Estática e/ou Resistência dos Materiais.

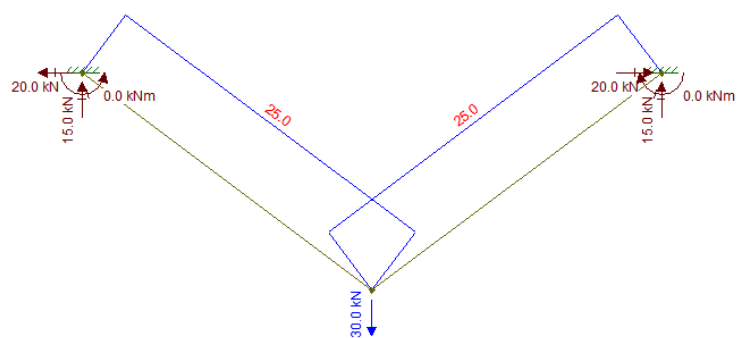
Figura 8 – Representação da (a) estrutura deformada, dos (b) deslocamentos em x e y e do (c) D.E.N. e das reações externas de vínculo; através do software Ftool



(a)



(b)



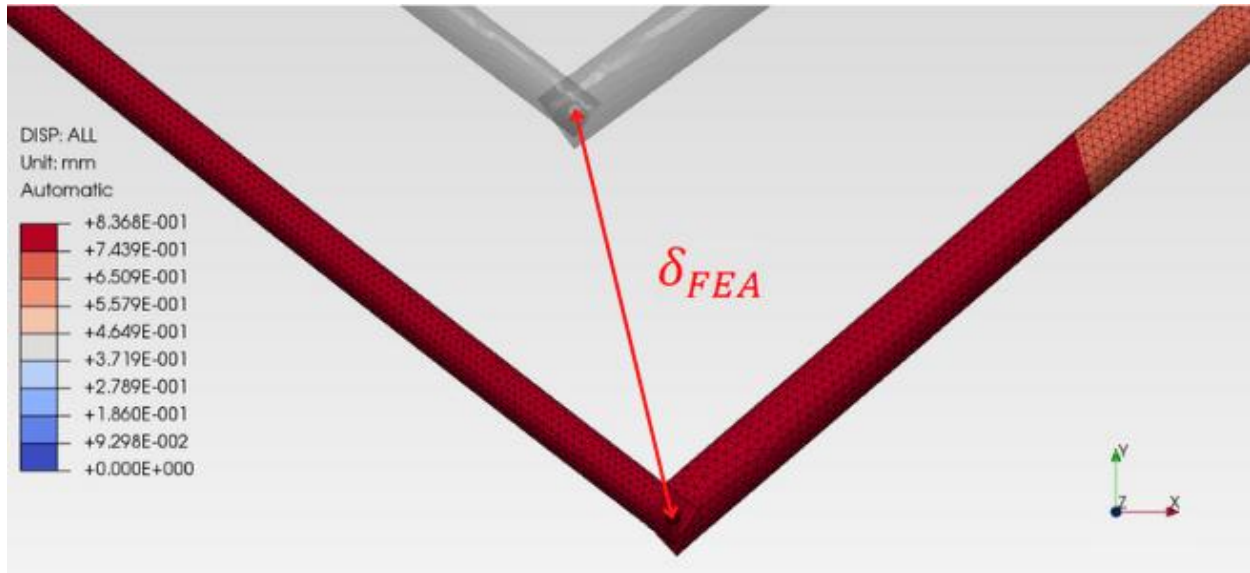
(c)

Fonte: elaborada pelos autores.

Por fim, tem-se os resultados do método computacional FEA por meio do *software* PrePoMax, conforme Figura 9. No presente trabalho foi realizada unicamente a análise do campo de deslocamentos, mas a ferramenta

disponibiliza também resultados de análises de tensões (normais, cisalhantes, principais e equivalente de von Mises) e deformações direcionais e totais.

Figura 9 – Representação das barras deformadas e da deflexão máxima do ponto (C); através do software PrePoMax



Fonte: elaborada pelos autores.

O valor máximo do deslocamento fornecido pelos resultados da simulação é igual a $\delta_{FEA} = 0,8368 \text{ mm}$. Ressalta-se que, mesmo com a aplicação dos artifícios numéricos de simplificação no pino virtual, a simulação FEA do *software* ocorre em três dimensões e incorpora efeitos de deformações residuais, distribuição de deformações direcionais pelo coeficiente de Poisson, encruamento etc. Dessa forma, naturalmente, são esperados maiores desvios em relação à formulação 2D da situação-problema tratada, que seriam corrigidos através de um modelo analítico 3D, mas que se mostra inviável pelo extremo grau de dificuldade de resolução desse tipo de problema.

É importante destacar que, do ponto de vista prático e real de engenharia, o método computacional FEA representa a melhor e mais precisa representação do problema em termos de realidade física de treliças. Dessa forma, tal metodologia de ensino-aprendizagem traz uma abordagem mais prática de engenharia às aulas, em uma ótica de ensino orientado ao projeto,

estimulando e motivando os alunos no processo de estudo e evolução contínua.

Por fim, a utilização desse método também abre inúmeras oportunidades de criação de ambientes de aula mais práticos, visuais e interdisciplinares, facilitando e aumentando a eficiência do processo de ensino-aprendizagem dos conceitos das disciplinas Resistência dos Materiais, Mecânica dos Sólidos, Métodos Numéricos em Engenharia e Projeto Mecânico.

Por fim, de forma a comparar a precisão relativa dos diferentes métodos em relação à formulação analítica exata, tem-se a Tabela 1.

Tabela 1 – Comparação entre os métodos

Metodologia	δ (mm)	Erro (%)
Analítica Exata	0,80519	–
Analítica Aproximada	0,80540	0,0261
Computacional – Ftool	0,80520	0,0012
Computacional FEA – PrePoMax	0,83680	3,9258

Fonte: elaborada pelos autores.

Afirma-se que, em termos de precisão relativa, os métodos se mostram equivalentes, destacando-se o maior erro da metodologia computacional FEA, pelos desvios de formulação discutidos anteriormente.

CONCLUSÃO

No presente trabalho foram apresentados quatro diferentes métodos de ensino e análise e solução de problemas de solicitação axial em treliças, que é o objeto de estudo específico das disciplinas Estática e Resistência dos Materiais, mas que apresenta inter-relações e implicações com e nas mais diversas áreas da engenharia.

A partir da comparação entre as diferentes metodologias utilizadas, comprovou-se que são equivalentes e que apresentam excelente precisão de resultados. Dessa forma, espera-se que a utilização dessas metodologias de ensino-aprendizagem possa colaborar na diversificação de abordagens pedagógicas, sem qualquer desvantagem ou prejuízo quanto à redução de precisão ou acuracidade de técnicas e/ou metodologias de projeto.

Também foram exploradas as relações interdisciplinares dessas metodologias com outras disciplinas do curso de Engenharia, auxiliando os docentes na formulação de estratégias de ensino interdisciplinar e abordagens de ensino baseado em projeto. Também se demonstrou a importância dos conteúdos de formação básica para estudos mais práticos e específicos de engenharia, sendo esperado que essa maior aplicabilidade possa ser mais bem explorada no ambiente escolar dessas disciplinas, promovendo maior estímulo e motivação aos alunos e diminuição das taxas de retenção e evasão.

As metodologias computacionais se mostraram como estratégias de ensino-aprendizagem mais visuais e práticas de engenharia, com especial abordagem inclusiva e motivacional para alunos com maiores dificuldades e desinteresse em áreas mais teóricas. O método computacional FEA com o *software* PrePoMax se mostrou como uma ferramenta de ensino, pesquisa e prática profissional de fácil utilização e bastante didática. Importante ressaltar que o domínio de

ferramentas computacionais é cada vez mais exigido no mercado de trabalho de engenharia; dessa forma, o conhecimento prático-aplicado de utilização dessas ferramentas contribui como um diferencial de formação aos alunos.

Por fim, a utilização de *softwares* totalmente livres se mostra como uma tendência nas áreas de ensino e pesquisa e desenvolvimento, especialmente no cenário atual de crescentes restrições orçamentárias nas áreas de ciência, tecnologia e educação e no período durante e pós-pandemia de COVID-19.

REFERÊNCIAS

- ALBERTI, R. A. et al. Simulação como ferramenta no Ensino de Engenharia: problematização e promoção da vivência em processos produtivos. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 34, n. 1, 2015.
- ANGRIZANI, C. C. et al. Uso de *software* acadêmico MECH-GCOMP para o Ensino de Compósitos Particulados. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 36, n. 1, 2017.
- BEER, F. P. et al., **Mecânica dos Materiais**, Porto Alegre: McGraw-Hill Education, 2015.
- BEER, F. P. et al. **Mecânica vetorial para Engenheiros: Estática**. Porto Alegre: AMGH, 2012.
- FERLIN, E. P. et al. Comparativo do perfil e do desempenho acadêmico dos estudantes nas modalidades presencial e EAD: estudo de caso do curso de Engenharia da Computação. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 39, 2020.
- HIBBELER, R. C. **Estática: mecânica para engenheiros**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2017.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2018.
- HUISKES, R.; CHAO, E. Y. S. A survey of finite element analysis in orthopedic biomechanics: The first decade. **Journal of Biomechanics**, v. 16, 6 ed., p. 385-409, 1983.

MANRIQUE, M. A. A. A.; PÓVOA, J. M. O papel das Ferramentas Computacionais Avançadas no Ensino da Engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 39, 2020.

OLIVEIRA, C. J. et al. Structural Topology Optimization as a Teaching Tool in the Architecture. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 37, n. 3, 2018.

SAMPAIO, T. S. **Análise numérica, via MEF, de ligações em treliças metálicas espaciais**. 2004. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

SILVA CASTILLO, C. J. **Eficacia del Software Educativo en el Análisis Estructural Clásico**. 2018. Dissertação (Mestrado) – Universidad Nacional de Piura, Sección de Posgrado en Ingeniería Civil, 2018. Maestría

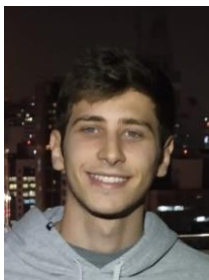
en Ingeniería Civil. Disponível em: <<https://www.tecgraf.puc-rio.br/ftool/downloads/>

CarlosCastillo-EficaciaDelSoftwareEducativoEnEl AnalisisEstructuralClasico.pdf>. Acesso em: 29 de abr. 2021.

NETO, G. C. S.; LOPES, R. C.; LOPES, A. P. O método dos elementos finitos em treliças planas na disciplina de mecânica computacional. **Anais...** Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, v. I, p. 2P11-1-2P11-14, 2007.

VILELA, A. L. M. et al. Ensino a Distância para cursos presenciais de Engenharia: o caso da Escola Politécnica de Pernambuco. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 35, n. 1, 2016.

DADOS BIOGRÁFICOS DOS AUTORES



Guilherme Chades Augustinho – É graduando em Bacharelado em Engenharia Mecânica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia São Paulo (IFSP), *campus* Araraquara.



Julio Cesar Navari – É graduando em Bacharelado em Engenharia Mecânica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia São Paulo (IFSP), *campus* Araraquara.



Sílvio Aparecido Verdério Júnior – Possui graduação em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2012) e mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2015). Atualmente é professor de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico (EBTT) no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), *campus* Araraquara. Tem experiência na área de Engenharia Mecânica, com ênfase em Fenômenos de Transporte e Engenharia Térmica, atuando principalmente nos seguintes temas: Fluidodinâmica Computacional (CFD), Fluidização, Fenômenos de Transporte aplicados à Bioengenharia, Cogeração, Formas Não Convencionais de Energia e OpenFOAM®.



Celio Caminaga – Possui graduação em Programa Especial de Formação de Docentes para a Educação Básica pelo Instituto Federal de São Paulo (2012), graduação em Engenharia Mecânica pela Escola de Engenharia de Piracicaba (1997), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual de Campinas (2003) e doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual de Campinas (2007). Atualmente é professor de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de São Paulo. Tem experiência na área de Engenharia Mecânica, com ênfase em Processos de Fabricação e Materiais, atuando principalmente nos seguintes temas: aços micro ligados, *Ausforming*, forjamento a quente, *Forging*, *Microalloyed* e *Precipitation*.