ISSN 2236-0158
Revista de Ensino de Engenharia

v. 43, 2024

ATIVIDADES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS COM DIVERSIFICAÇÃO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA ESTUDANTES DE CURSOS DE ENGENHARIA

ACTIVITIES OF MATHEMATICAL CONCEPTS WITH DIVERSIFICATION OF SEMIOTIC REPRESENTATION RECORDS FOR UNDERGRADUATE ENGINEERING COURSES

Nancy Tiemi Isewaki[1], João Bosco Laudares[2], Saulo Furletti[3]

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v43p228-245.2024

RESUMO: Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa de mestrado, cujo objetivo foi a criação de atividades com diversidade de representações para formalizar conceitos matemáticos básicos para o Cálculo I. Buscou-se sustentação na Teoria de Representações Semióticas em seus fundamentos de tratamento e conversão. A metodologia se deu em duas etapas, sendo a primeira uma entrevista semiestruturada com nove professores, para identificar e caracterizar as práticas didáticas; e, a partir disso, a segunda etapa, que foi a criação de atividades explorando conceitos de matemática básica com várias representações. As atividades foram aplicadas em 58 ingressantes de cursos de Engenharia. Os alunos conseguiram realizar transformações dentro de um mesmo sistema de representação e, também, entres os sistemas, fazendo assim tratamento e conversão. As atividades foram suporte para a compreensão dos conceitos abordados.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Cálculo; Conceitos de Matemática Básica; Representações Semióticas.

ABSTRACT: This article presents results of a master's research. The objective was to create activities with a diversity of representations, to formalize basic mathematical concepts for calculus I. We sought support in the Theory of Semiotic Representations in its foundations of treatment and conversion. The methodology took place in two stages, the first, a semi-structured interview with 9 teachers, to identify and to characterize didactic practices. And from this, the second stage, which was the creation of activities exploring basic mathematics concepts with various representations. The activities were applied to 58 students to engineering courses. The students were able to carry out transformations within the same representation system and also between the systems, thus doing treatment and conversion. The activities supported the understanding of the concepts covered.

KEYWORDS: Calculus Teaching; Concepts of Basic Mathematics; Semiotic Representations.

[1] UNIPAM – Patos de Minas, nancyisewaki@gmail.com
[2] Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, jblaudares@terra.com.br
[3] Instituto Federal de Minas Gerais, saulofurletti@gmail.com

INTRODUÇÃO

No Cálculo se faz o estudo do movimento e da variação de grandezas. De acordo com Stewart (2016), trata-se de uma matéria fascinante e uma das maiores realizações da inteligência humana. Por meio do Cálculo o estudante é capaz de resolver problemas em situações concretas, avaliar e analisar dados, bem como entender o significado geométrico e numérico de conceitos.

A tendência no Cálculo é a prevalência da técnica sobre o significado. Os procedimentos –cálculos algébricos, algoritmos, desenvolvimento de fórmulas e a resolução de exercícios com as técnicas para o cálculo de limites, derivadas e integrais – são utilizados com prioridade (REZENDE, 2003).

Luz (2011) defende que no ensino superior é notória a ausência de certas ideias e problemas de Cálculo, que culminam na deficiência de conceitos, denominado por Rezende (2003) como "esvaziamento semântico da disciplina de Cálculo". Para os dois autores, tal situação é ao mesmo tempo causa e consequência da crise de identidade no ensino de Cálculo no ensino superior.

De acordo com Pais (2015), há uma necessidade de se entender como os significados matemáticos são construídos e como acontece a formalização de conceitos matemáticos trabalhados na Educação Básica, compondo mecanismos facilitadores para a compreensão de novas proposições.

Nesse contexto, o objetivo principal do trabalho é descrever a construção e analisar duas atividades tendo como referência os sistemas de representação semióticos. Essas atividades têm como propósito serem itens de estudo para ingressantes em cursos de Engenharias, para dar suporte à compreensão dos conceitos de conteúdos fundamentais da Matemática Básica e ao desenvolvimento dos procedimentos de cálculo. A sustentação teórica para elaboração das atividades teve como referência o ensino de Cálculo Diferencial e Integral e a Teoria de Representações Semióticas, proposta por Duval (2009, 2016), aplicada à formalização dos conceitos de Matemática.

O caminho metodológico foi constituído por duas etapas. Na primeira, realizou-se uma entrevista semiestruturada com professores de Cálculo I e, a partir da análise desses resultados, decorreu o início da segunda etapa, que foi a elaboração e análise de cinco atividades, descritas no Quadro 1.

Quadro 1 – Atividades elaboradas para a pesquisa

Atividade	Título	Objetivo	Partes
I	Representação do objeto em língua materna	Explorar o conceito de funções através da representação verbal.	1
II	Análise e interpretação gráfica de funções	Analisar o conceito e os parâmetros da representação visual / gráfica das funções.	5
III	Representação de um objeto em várias formas	Transitar entre as quatro representações de uma função.	2
IV	Resolução de problemas explorando o conceito e a análise gráfica	Resolver problemas contextualizados com funções e gráficos	3
V	Abordagem do procedimental.	Simplificar expressões racionais, resolver equações e inequações	2

Fonte: elaborado pelos autores (2024).

Essas atividades foram aplicadas em 58 estudantes da disciplina de Cálculo I de uma turma do primeiro período do curso Engenharia Química e analisadas à luz da Teoria das Representações Semióticas com base nas transformações de tratamento e conversão. Destaca-se que este artigo apresenta um recorte, com a descrição e análise das entrevistas e as atividades I e III.

A partir dos resultados foi elaborado um Produto Educacional, que teve por proposta abordar não só conteúdos de Funções, como também incentivar a interpretação e a utilização dos registros de representações semióticas na busca da formalização dos conceitos matemáticos.

O ENSINO DE CÁLCULO E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral

Para Stewart (2016), o Cálculo é fundamentalmente diferente da Matemática estudada no Ensino Médio; ele é mais dinâmico, trata de variação e de movimento, bem como de quantidades que tendem a outras quantidades. O autor enfatiza que o sucesso na disciplina de Cálculo depende de conhecimentos prévios, tais como: Álgebra, Geometria Analítica, Funções e Trigonometria.

Os relados de Igliori e Almeida (2013) apontam que os estudos sobre o processo de ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Superior têm sido desenvolvidos considerando quatro justificativas: i) preocupações de ordem pedagógicas; ii) decréscimo de interessados no curso Matemática; iii) aumento do interesse dos matemáticos profissionais pela área de ensino; e iv) aumento da discussão, disseminação e intercâmbio de conhecimentos entre matemáticos e educadores matemáticos. Frente a isso, o desafio para os professores de Matemática é compreender essa dinâmica e ser capaz de refletir criticamente para integrar de modo didático teoria e prática.

Muitos estudos focaram no fracasso no ensino de Cálculo, mas ao se considerar a origem do insucesso, verifica-se que as causas se situam no próprio ensino do conteúdo. Assim, verificou-se que o problema não é localizado, cultural ou de origem socioeconômica (REZENDE, 2003). No levantamento, realizado por Nasser (2016), sobre as publicações dos últimos 15 anos que envolviam investigações sobre o ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral no ensino superior, foi constatado que as dificuldades em construir fundamentos intuitivos para conceitos matemáticos mais elaborados têm resultado em altos índices de reprovação e evasão nos cursos de Cálculo, o que tem motivado os trabalhos que buscam soluções para reverter esse quadro. Pelo estudo constata-se que o conceito de Função é uma das principais dificuldades dos alunos. Em complemento, Machado (2008) apontou que, da perspectiva dos professores de Cálculo, uma das dificuldades para o ensino se relaciona à leitura do enunciado de um problema e sua resolução, bem como à interpretação dos resultados.

Registros de Representações Semióticas no ensino de Cálculo

O filósofo e psicólogo francês Raymond Duval (2016) estudou principalmente o desenvolvimento do funcionamento cognitivo nas atividades matemáticas, bem como nas dificuldades de aprendizagem dessa ciência. Para tanto, desenvolveu trabalhos sobre: utilização da língua materna nos procedimentos matemáticos, compreensão de textos matemáticos, aprendizagem de diferentes formas de raciocínio e argumentação e representações mobilizadas pela visualização Matemática. Com a publicação da obra *Sémiosis et pensée humaine*, Duval desenvolveu um modelo de funcionamento da cognição do pensamento, fundamentado nas transformações dos registros de representação semiótica.

A teoria dos registros de representação semiótica "[...] é essencialmente um instrumento que foi elaborado para analisar a maneira de pensar e de trabalhar a Matemática, quaisquer que sejam os conceitos e domínios (geometria, álgebra, análise...) tratados" (DUVAL, 2016, p. 27).

As representações semióticas permitem articulações dentro da Matemática e por isso se tornaram um importante instrumento de pesquisa da aprendizagem Matemática (DUVAL, 2016). A utilização da representação semiótica, para Flores (2006), consiste em adotar um modelo de aquisição de conhecimento, que tem como fundamento o pensamento moderno, ou seja, a existência de um sujeito cognoscente, um objeto cognoscível e uma teoria dual dos signos.

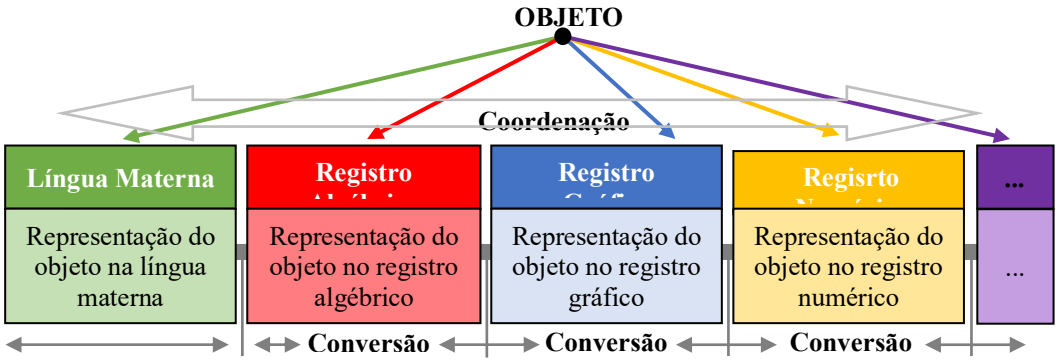
O ensino da Matemática apresenta a dificuldade de acesso aos objetos matemáticos, que são diferentes de outras disciplinas e áreas de estudo. Do ponto de vista cognitivo, as maneiras de raciocinar, visualizar, definir e propor a solução dos problemas exigem atitudes intelectuais que muitas vezes não estão ligadas a um conteúdo matemático específico (LUZ, 2011).

Tratamento e Conversão

A partir de uma representação semiótica, existem duas maneiras de transformá-la em outra, que são definidas por Duval (2016) como Tratamento e Conversão. O tratamento pressupõe transformações dentro de um mesmo sistema de representação, refletindo a busca pela justificativa de uma resposta. Por exemplo, o professor busca a melhor representação num mesmo sistema para facilitar a compreensão dos alunos. Efetuar os tratamentos sobre os objetos matemáticos é ação dependente dos sistemas de representações semióticas (DUVAL, 2009).

Na conversão ocorre mudança de sistemas de representação, mantendo-se a referência aos mesmos objetos. Por isso, para fazer a conversão, exige-se que o aluno tenha coordenação de registros mobilizados. Para Henriques e Almouloud (2016), a coordenação acontece quando o indivíduo manifesta capacidade de reconhecer a representação de um mesmo objeto, em dois ou mais registros semióticos diferentes.

Figura 1 – Possíveis registros de apresentações a partir de um objeto



Fonte: Henriques e Almouloud (2016).

A possibilidade de converter, ou seja, transitar entre uma e outra representação, permite a diferenciação entre o objeto matemático e a sua representação. A representação semiótica possibilita uma análise das

complexidades da aprendizagem Matemática, além de fazer pensar sobre o papel fundamental, ou seja, o funcionamento e a constituição de um sistema de representação que rege a construção dos saberes (FLORES, 2006). Numa resolução de problemas, por mais que haja o predomínio ou facilidade de visualização de um tipo de registro, sempre haverá a possibilidade de conversão desse registro para outro tipo. Para o autor, "[...] a compreensão em Matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas" (DUVAL, 2016, p. 15).

A partir dessas noções, esta pesquisa privilegiou a resolução de problemas como método de trabalhar com conceitos trazendo situações nas quais a aprendizagem conceitual supera a aprendizagem procedimental, evitando-se repetir fórmulas e modelos algebrizados com ações de memorização.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Para compreender a prática didática dos professores universitários das disciplinas de Cálculo I e/ou Introdução ao Cálculo e a performance dos alunos, adotou-se a metodologia de pesquisa qualitativa com apresentação de resultados quantificados organizados em tabelas e/ou gráficos, seguindo os pressupostos de Marconi e Lakatos (2018).

OS INSTRUMENTOS E O RESULTADOS ENCONTRADOS

Descrição e análise das entrevistas

A entrevista semiestruturada foi constituída por sete Categorias/Eixos temáticos de análise, as quais são descritas no Quadro 2.

Quadro 2 – Categorias de análise das entrevistas

Categoria - Eixo temático	Assuntos abordados
C1 – Caracterização profissional	Formação Acadêmica; Experiência com educação; Experiência no ensino superior e cursos que já atuou; Referências bibliográficas utilizadas.
C2 - Perfil estudantes	A visão sobre os estudantes que chegam à universidade.
C3 - Conteúdos Educação Básica	Conteúdos da Educação Básica que os professores consideram essenciais para o Cálculo.
C4 - Métodos e Metodologias	Tratamento algébrico, operacionalização de cálculos e demonstrações Interdisciplinaridade e Contextualização no ensino de Cálculo.
C5 - Tecnologias	Utilização da tecnologia em suas aulas.
C6 - Conceitos e Definições	Como o professor considera os conceitos e definições em suas aulas.
C7 – Representações Semióticas	Conhecimento e utilização das diversas representações: algébrica, geométrica, aritmética e verbal.

Fonte: elaborado pelos autores (2024).

Participaram das entrevistas nove professores (P1, P2, etc.) de quatro universidades particulares (PUC-MG, Newton de Paiva, UNIPAM e FINOM). Na caracterização profissional (C1), todos os entrevistados declararam ter iniciado a carreira docente na Educação Básica, para depois ingressarem na docência do Ensino Superior.

Em relação aos materiais, os professores P1 e P9 destacaram a importância de desenvolver materiais que se adequem à heterogeneidade dos perfis dos alunos que chegam às faculdades, considerando tanto possíveis defasagens de aprendizagem quanto também os alunos que pararam de estudar e, após anos no mercado de trabalho, buscam formação na universidade. Mesmo adotando materiais autorais, todos professores declararam utilizar livros de Cálculo como referência básica.

Sobre a visão de como os estudantes chegam às universidades, categoria C2, os professores desenharam o perfil de estudantes que apresentam dificuldades em análise, leitura e interpretação de questões. Há ainda estudantes que chegam com a ideia fixa de que serão reprovados. Destaca-se ainda a necessidade de mudança no paradigma do pensamento matemático, ou seja, não se trata de apenas conhecer os procedimentos algébricos, mas de raciocinar e escolher a melhor técnica de resolução de problemas, conforme declararam alguns professores entrevistados. A Tabela 1 apresenta os conteúdos de Matemática Básica essenciais para o desenvolvimento da disciplina de Cálculo I.

Tabela 1 – Conteúdos de Matemática Básica essenciais para Cálculo I

Identificação	Funções				Trigonometria	Álgebra	Outros
	1º Grau	2º Grau	Exp.	Log.			
P1	x	x	x	x	x		Polinômios
P2	x	x	x	x	x	x	
P3					x	x	Função afim
P4	x	x	x	x	x	x	
P5	x	x	x	x	x	x	
P6	x	x	x	x	x	x	
P7	x	x	x	x	x	x	Interpretação de gráficos
P8	x	x	x	x	x	x	
P9			x	x	x	x	Geometria plana e espacial

Fonte: elaborada pelos autores (2024).

Quando questionados sobre os conteúdos da Educação Básica que poderiam ser elencados como essenciais à disciplina de Cálculo I, categoria C3, observa-se que apenas um professor não enumerou o conteúdo de Álgebra básica. Todos os outros professores demonstraram preocupação ao relatar que os principais erros

cometidos pelos alunos estavam relacionados não às técnicas de Cálculo I, mas aos conteúdos básicos de Álgebra e Aritmética. Em relação aos métodos e metodologias, categoria C4, a Tabela 2 a apresenta os principais métodos utilizados pelos professores.

Tabela 2 – Métodos de ensino utilizados em aulas de Cálculo I

Identificação	Aula Expositiva	Interação aluno	Resolução Exercícios	Demonstração	Atividade Investigativa	Softwares Matemático	Outros
P1	x	x	x				
P2	x	x	x	x			
P3	x	x	x	x			
P4	x	x	x			x	
P5	x	x	x		x	x	x
P6	x	x	x			x	
P7	x	x	x			x	x
P8	x	x	x	x			
P9	x	x	x				

Fonte: elaborada pelos autores (2024).

Todos os professores responderam que não abrem mão da aula expositiva, mas citaram que suas aulas não correspondem apenas ao modelo de aula expositiva convencional; explicaram que há uma preocupação com a troca de informações e interação com os alunos. Sobre as metodologias, apenas um professor citou a utilização de modelagem Matemática, e cinco professores citaram a atividade investigativa, dos quais quatro alegaram conhecer a metodologia, mas não aplicaram em função da necessidade de carga horária para concluir uma atividade ser incompatível com a carga horária da disciplina.

Considerando o tratamento formal das demonstrações, três professores indicaram a utilização das demonstrações. Outros professores já responderam que nos cursos de Engenharia deixam o formalismo de lado e se concentram nas aplicações dos conteúdos.

Ainda na categoria C4, verificou-se que os professores encontram muitas aplicações para a disciplina de Cálculo I, mas ainda há uma divergência no que diz respeito à vinculação aos conteúdos técnicos/específicos da grade de cada curso. Enquanto alguns professores consideram a busca por aplicações mais específicas como uma oportunidade de crescimento, outros professores julgam que se trata de uma responsabilidade exclusiva dos professores das áreas técnicas/especificas. Na verdade, de acordo com as falas de alguns dos docentes entrevistados, o estreitamento da relação entre o professor de Matemática e o professor da área específica/profissionalizante, somando forças para a realização de trabalhos interdisciplinares ou de atividades que permitam ao estudante a formalização dos conceitos para serem utilizados em situações do cotidiano

profissional, poderia trazer motivação aos estudantes e uma dedicação maior ao estudo de Cálculo.

Na categoria C5, eixo temático tecnologias, constatou-se que os professores têm conhecimento de *softwares* aplicáveis ao ensino de Cálculo, mas também há divergências quanto à utilização em sala de aula. A Tabela 3 apresenta os principais *softwares* utilizados pelos professores entrevistados:

Tabela 3 – *Softwares* utilizados pelos professores entrevistados

Identificação	Geogebra	Scientific WorkPlace	Maple	Graph	Winplot	Maxima	Matlab	Wolfram
P1 e P2								
P3								x
P4	x	x	x					
P5	x			x	x			x
P6			x	x				
P7	x				x	x		
P8								
P9	x						x	

Fonte: elaborada pelos autores (2024).

Enquanto alguns professores incentivam a utilização e já visualizaram resultados positivos junto aos seus alunos, há outros que relataram que a experiência não foi tão produtiva. Assim, para os docentes favoráveis à diversificação metodológica, as tecnologias podem transformar o olhar do aluno para a Matemática e especificamente para os conteúdos de Cálculo I, desde que bem aplicadas, com a construção de atividades que favoreçam o ganho do pensamento matemático superior e avançado, como suporte ao entendimento dos fenômenos científicos e tecnológicos. Afinal, a lei física que rege o fenômeno é modelada com os conceitos de Matemática, isto é, ela é matematizada (LAUDARES et al., 2017).

Sobre o eixo temático conceitos e definições, categoria C6, os professores ressaltaram a importância do tratamento dos conceitos matemáticos para que o aluno não dê simplesmente uma abordagem mecânica aos exercícios propostos, de modo que possam realmente aprender e aplicar os conceitos.

Na categoria C7, a maioria dos professores (78%) declararam conhecer a teoria de Duval (2009) e as quatro formas de representação propostas por Stewart (2016), mas as utilizam parcialmente em suas aulas. Sobre a capacidade dos alunos em transitar entre as representações (fazer conversão e coordenação), esses professores indicaram que eles conseguem mobilizar os conhecimentos para isso, e as principais dificuldades estão relacionadas a ler a simbologia Matemática, explicar, interpretar e justificar uma aplicação proposta.

Sintetizando, todos professores manifestaram a preferência pela aula expositiva na procura de manter interações com os estudantes. Ficou destacado dois perfis entre os entrevistados: 1) professores mais tradicionais receosos do uso das tecnologias em sala de aula; 2) outro com disposição para usar *softwares* ou outras mídias e para fazer trabalhos interdisciplinares e atividades investigativas.

Dessa maneira, as atividades foram construídas com base no depoimento dos docentes que manifestaram indícios de uma didática progressista, pois o livro de Cálculo adotado apresenta uma orientação metodológica no tratamento dos conceitos com diversidade de representações, base da teoria de Duval (2009). Trata-se de uma obra que privilegia parâmetros da educação matemática superior, tais como: resolução de problemas, tratamento conceitual junto ao procedimental, uma iniciação à modelagem matemática com interpretação e análise de modelos.

A formação profissional docente verticalizada proporciona entendimento do perfil dos estudantes que adentram o Ensino Superior e facilita a abordagem centrada no núcleo de dificuldade cognitiva destes. Essa experiência vinda da trajetória profissional, iniciada na Licenciatura, proporciona também parâmetros para a idealização e planejamento das atividades.

Descrição das atividades

As atividades propostas foram concebidas na forma de problemas e abordaram os conceitos fundamentais dos conteúdos de funções, que trazem a interpretação das representações verbal, numérica, geométrica e algébrica, assim cálculos e ações de cunho procedimental. Para Rezende (2003), o problema pode ser simples, mas deve instigar a curiosidade e desafiar intelectualmente o aluno que, ao encontrar a solução, terá passado pela experiência única do processo da descoberta.

Segundo Duval (2016), o suporte para uma aprendizagem eficaz tem como base o trabalho com mais de um registro de representação. Geralmente, em situações problematizadas, há possibilidade da utilização de mais de um registro de representação semiótica, seja pelo tratamento ou seja pela conversão. Com base nesse referencial as atividades foram construídas. Neste artigo, foram apresentadas e analisadas duas das atividades aplicadas aos estudantes de um curso de Engenharia.

Atividade 1 – Representação do objeto em língua materna (transformação: Tratamento)

Objetivos:

- Explorar o conceito de funções com a representação verbal (língua materna);
- Diferenciar funções pela sua representação verbal (tratamento);
- Incentivar a leitura e interpretação da representação verbal.

Desenvolvimento:

- Inicialmente faz-se uma introdução sobre o conceito e a importância das funções para estabelecer as correspondências matemáticas na descrição dos fenômenos. A atividade é composta por duas colunas, uma contendo o nome de sete diferentes funções e a outra contendo suas representações/conceitos verbais em ordens aleatórias.
- Espera-se que o aluno de forma independente faça a leitura das representações verbais (texto) e estabeleça a relação de correspondência (transformação da representação na forma de tratamento), numerando corretamente a primeira coluna com a segunda.

Exemplo – Atividade 1: As funções na Matemática consistem no estudo da variação de quantidades por meio do estabelecimento de relações ou leis entre as grandezas de dois conjuntos. Assim, é possível estabelecer correspondências matemáticas que descrevam, por exemplo, a produção anual de automóveis de uma fábrica, o cálculo do imposto de renda de acordo com a remuneração, a variação da temperatura do ambiente em um período de tempo. No Quadro 3 se apresenta os nomes de vários tipos de função e os conceitos que caracterizam essas funções. Numere a coluna da direita de forma que se estabeleça corretamente a correspondência entre o nome da função e o seu conceito.

Quadro 3 – Relação do nome e conceito de função

Nome da função	Conceito que caracteriza a função
(1) Linear	( ) Função polinomial de grau zero, onde independentemente dos valores pertences ao domínio, a imagem é sempre composta por um único elemento. O gráfico é representado por uma reta paralela ou coincidente ao eixo x
(2) Exponencial	( ) Apresenta uma variação à uma taxa constante, ou seja, trata da representação de grandezas proporcionais. O gráfico da função é uma reta, o sinal do coeficiente angular indica a inclinação da reta
(3) Constante	( ) Representa situações em que ocorrem grandes variações (crescimento ou decrescimento) de forma rápida. É uma função continua cujo gráfico é representado por uma curva totalmente acima das abscissas.
(4) Exponencial	( ) Apresenta uma variação à uma taxa constante, ou seja, trata da representação de grandezas proporcionais. O gráfico da função é uma reta, o sinal do coeficiente angular indica a inclinação da reta.
(5) Logarítmica	( ) Função polinomial de grau zero, onde independentemente dos valores pertences ao domínio, a imagem é sempre composta por um único elemento. O gráfico é representado por uma reta paralela ou coincidente ao eixo x.
(6) Seno	( ) Função polinomial de grau 2, possui o gráfico definido por uma parábola com concavidade voltada para cima ou para baixo.
(7) Arco Seno	( ) Caracteriza-se como uma função inversa da função exponencial. O gráfico dessa função é uma curva assíntota ao eixo y, isto é, sua curva nunca "toca" o eixo y.

Fonte: elaborado pelos autores (2024).

Atividade 3 – Representação de um objeto em várias formas (transformação: Conversão)

Objetivos:

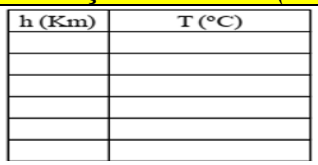
- Representar o mesmo objeto nas formas algébrica, geométrica, verbal e algébrica (conversão);
- Transitar e reconhecer as quatro representações (conversão).

Organização da atividade:

- O ponto de partida se deu com a descrição de duas situações contextualizadas, uma para função polinomial do 1º grau e outra para a função polinomial do 2º grau. A atividade foi planejada para que o estudante transite entre as quatro representações: verbal, algébrica, geométrica e algébrica
- Em cada situação disponibilizou-se dados de duas representações para que o estudante construísse as outras duas representações.

Exemplo – Atividade 3 (Parte 1): Para Stewart (2016), uma função pode ser representada de quatro maneiras: verbalmente (palavras); numericamente (tabela de valores); visualmente (gráfico) e algebricamente (fórmula explícita). Em cada alternativa abaixo, temos a descrição de uma situação para a definição da função correspondente. A partir de duas das possíveis representações dessa função, utilize os espaços do quadro para esboçar as demais representações. À medida que o ar seco se move para cima, ele se expande e resfria. Sabe-se que se no solo a temperatura (T) do ar é de 20°C, na altitude de 1 Km a temperatura do ar cai para 10°C. A temperatura do ar atinge 0°C na altitude correspondente a 2 km. Suponha que o modelo seja apropriadamente linear. Adaptado de Stewart (2016).

Quadro 4 – Sistema de representação de uma função

Representação verbal (palavras)	***Representação numérica (tabela)***
A temperatura do ar é calculada em função da variação da altitude em que o ar se encontra. Quanto maior a altitude, menor a temperatura A função é definida por vinte graus celsius menos dez vezes o valor da altitude em Km	
Representação geométrica (gráfico)	***Representação algébrica (fórmula)***

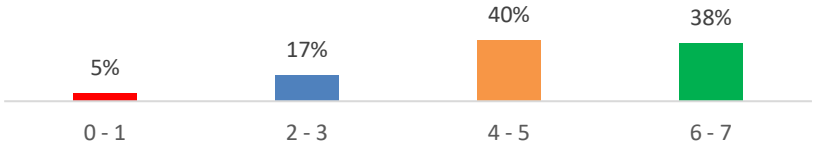
Fonte: elaborado pelos autores (2024)

Análise das atividades

As atividades foram realizadas por 58 estudantes da disciplina de Cálculo I pertencentes a uma turma do primeiro período do curso Engenharia Química da PUC-Minas. Antes da aplicação os alunos foram instruídos quanto aos objetivos das atividades e também a respeito da importância na participação. Ficaram estabelecidas as seguintes orientações: resolução individual e sem consulta; tempo de duas horas para a resolução das atividades; e a não utilização de calculadora. Cada estudante recebeu uma via impressa das atividades, identificada com um número de 1 até 58, que deveria ser devolvida ao término da resolução.

Atividade 1 – Uma Função pode ser representada por registros gráficos, escritos formais e registros da língua natural. Na atividade 1, o objetivo foi explorar o conceito de Funções por meio da representação verbal, com registro na língua natural e com isso incentivar o tratamento dentro do sistema de representações verbais. Nessa atividade, fez-se uma introdução sobre o conceito e a importância das Funções para estabelecer as correspondências matemáticas na descrição dos fenômenos. O *layout* foi constituído por duas colunas com representações de funções em língua natural, uma contendo o nome de sete diferentes Funções e a outra contendo aleatoriamente os conceitos. A ação do aluno foi fazer a correspondência entre as respectivas representações verbais de uma mesma função. O Gráfico 1 apresenta o percentual de alunos que conseguiram realizar o tratamento dentro do sistema representação.

Gráfico 1 – Percentual de alunos que realizaram tratamento das representações verbais



Fonte: elaborado pelos autores (2024).

Os dados apontaram que os estudantes apresentam maior dificuldade para realizar o tratamento das representações verbais da Função Seno e da Função Arco Seno. A Tabela 4 apresenta de forma categorizada, por tipo de função, a quantidade percentual de alunos que conseguiu realizar o tratamento dentro do sistema de representação semiótica abordado.

Tabela 4 – Percentual de alunos que realizaram tratamento por tipo de função

Tipo de função	Alunos que realizaram tratamento (%)
Linear	79%
Quadrática	90%
Constante	74%
Exponencial	78%
Logarítmica	86%
Seno	50%
Arco seno	55%

Fonte: elaborada pelos autores (2024).

Conceitualmente, a Função Arco Seno é a Função Inversa da Função Seno, ou seja, expressa uma função na qual, dado o seno de determinado ângulo, permite determinar qual ângulo tem aquele valor de seno. Na atividade existiam apenas dois conceitos de funções que faziam menção ao período e ao ângulo, itens relacionados à trigonometria. Por isso, infere-se que a maior parte dos estudantes identificou tratar de Função Trigonométrica, mas tiveram dificuldade em transitar por suas respectivas representações.

Atividade 3 – Esta atividade foi constituída por duas partes e elaborada para que o aluno demonstrasse a capacidade de transitar entre as quatro representações de uma Função: descrição verbal, numérica por meio de tabelas, geométrica por meio de gráficos e algébrica por equações.

A parte 1, adaptada de Stewart (2016), utilizou a possibilidade de calcular a temperatura do ar em função da variação da altitude em que o ar se encontra. Forneceu-se a representação verbal e a algébrica (fórmula) para os alunos realizarem a conversão de sistemas de representação para o numérico e o geométrico. Segundo Duval (2012), para o aluno utilizar da expressão simbólica e da língua como registros, é preciso que ele reconheça a correspondência entre unidades do enunciado e as unidades simbólicas da equação. A Tabela 5 apresenta, em valores percentuais, a quantidade de estudantes que conseguiram realizar a conversão.

Tabela 5 – Conversão representação Numérica e Geométrica (Quant. aluno %)

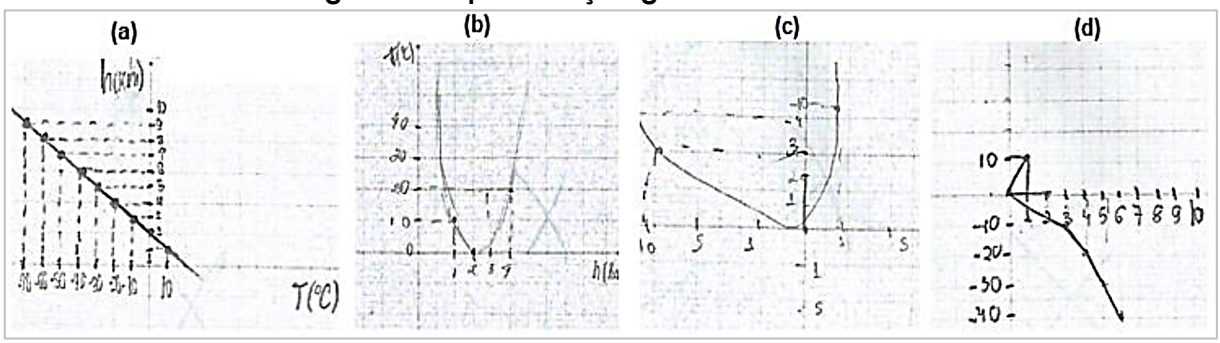
Sistema de representação de origem	Sistema de representação convertido	Quantidade de alunos (%)
Verbal - Algébrico	Numérico	91,4%
Verbal - Algébrico	Geométrico	50,0%

Fonte: elaborada pelos autores (2024).

Nota-se que os alunos não apresentaram dificuldades para realizar a conversão para o sistema de representação numérica, uma vez que a representação algébrica foi fornecida. Bastava atribuir valores de altura em km e

calcular a temperatura do ar em graus centígrados (°C). No entanto, no que se refere à conversão para a representação geométrica, apenas metade dos estudantes conseguiram obter êxito. Analisando os erros cometidos, verificou-se que 20,7% dos estudantes inverteram os eixos no momento de fazer a representação geométrica, ou seja, representaram os valores da variável dependente no lugar dos valores das variáveis independentes, conforme Figura 2 (a). Nessa situação, percebe-se que existiu a manutenção do objeto conceitual (Função do polinomial do 1° Grau) com equívocos da conversão entre os sistemas de representação. Ainda na Figura 2 – (b), (c) e (d) – tem-se situações em que não aconteceu a manutenção do objeto conceitual. Esses casos evidenciam a não ocorrência da conversão. Percebe-se que faltou a esses alunos identificar o tipo de Função e qual a representação geométrica típica para perceber o erro cometido.

Figura 2 – Representação geométrica – Parte 1



Fonte: acervo dos autores.

Analisando o desempenho dos estudantes, percebe-se a existência de maior dificuldade na conversão para representação verbal do que para a representação algébrica, o que é também justificado pela dificuldade em descrever a linguagem Matemática. A Tabela 6 apresenta, em valores percentuais, a quantidade de estudantes que conseguiram realizar a conversão para a representação verbal e/ou algébrica, a partir de pelo menos um dos sistemas de representação apresentados na atividade.

Tabela 6 – Conversão para representação Verbal e Algébrica (Quant. aluno %)

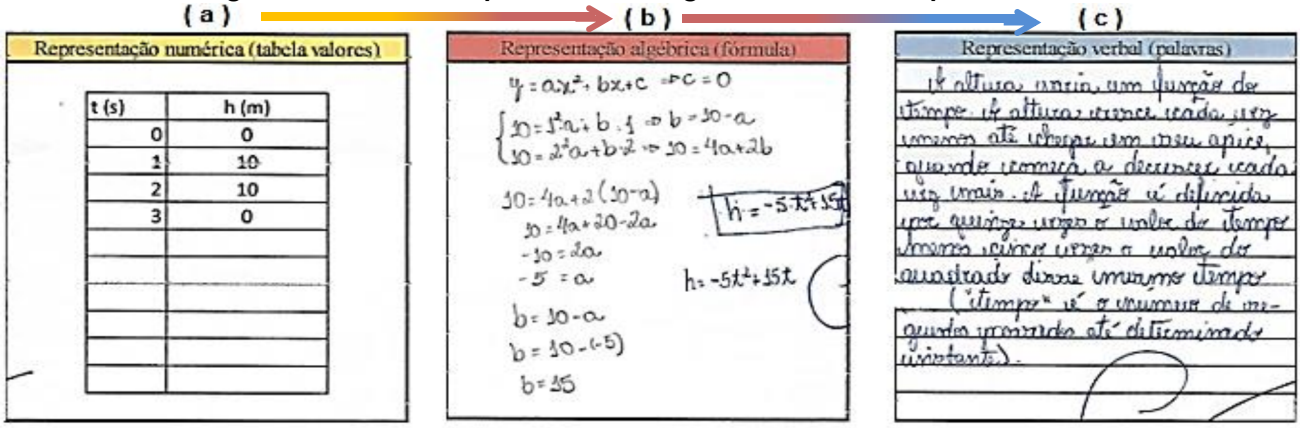
Sistema de representação de origem	Sistema de representação convertido	Quantidade de alunos (%)
Numérico - Geométrico	Verbal	24,1%
Numérico - Geométrico	Algébrico	36,2%

Fonte: elaborada pelos autores (2024).

Vale apontar que 27,6% dos estudantes entregaram a parte da representação verbal sem nenhum tipo de preenchimento (em branco), mesmo alguns tendo conseguido fazer a conversão para representação numérica. Pelos dados é possível afirmar que uma pequena parcela de alunos utilizou das representações geométrica e numérica, fornecidas no problema, para fundamentar a conversão para as representações verbal e algébrica.

Na Figura 3, apresenta-se um exemplo de uma situação que era esperada: nela o aluno transitou por três sistemas de representação; porém, a sua frequência foi pequena, o que aponta a existência de dificuldades na conversão a partir dos sistemas numéricos e algébricos.

Figura 3 – Conversão para sistema algébrico e verbal a partir do numérico



Fonte: acervo dos autores.

Comparando os resultados, pode-se afirmar que a parte 1 aborda o conceito Função do 1º Grau, reproduzindo a sequência: expor a Função já definida na forma algébrica e solicitar a sua representação gráfica. Com isso, 50% dos estudantes foram capazes de realizar a conversão, construindo o gráfico corretamente. A parte 2 exigia uma outra trajetória de raciocínio, com isso, 64% dos estudantes não conseguiram realizar a conversão, pois representaram incorretamente a função em seu formato algébrico, dispondo apenas da representação gráfica e numérica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Faz-se as considerações finais retomando o objetivo da pesquisa, que foi descrever e analisar itens de estudo para ingressantes em universidades em cursos

de Engenharia, como suporte à compreensão dos conceitos de conteúdos fundamentais da Matemática Básica e ao desenvolvimento dos procedimentos de Cálculo, com base na Teoria das Representações Semióticas. A partir dos dados, considera-se que o conteúdo de funções é essencial para o desenvolvimento da disciplina de Cálculo I, sendo elencadas principalmente as funções linear, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica. Considera-se também que os alunos devem conseguir, em diferentes níveis, transitar dentro de um mesmo sistema de representação e, também, entres os sistemas, fazendo assim as transformações de tratamento e conversão.

Também foi possível verificar que os professores valorizaram como um fator positivo, o qual impulsiona a aprendizagem, o estudante realizar, nos sistemas de representação, a conversão e o tratamento. No entanto, alertaram para as dificuldades de os estudantes colocarem isso em prática, tendo em vista o perfil dos ingressantes na universidade e suas defasagens de análise, leitura e interpretação de situações problematizadas.

Sobre a atuação dos estudantes na execução das atividades, considera-se expressiva a quantidade de erros básicos cometidos, referentes à inversão de eixos entre ordenadas e abscissas, a sinais, a propriedades aritméticas e a operações para a resolução de expressões algébricas. Isso condiz com o apontado pelas pesquisas de ensino de Cálculo I desenvolvidas por Rezende (2003), Machado (2008) e Luz (2011), bem como com o declarado pelos docentes entrevistados.

Porém, enfatiza-se que o percurso metodológico permitiu a elaboração de atividades que favorecem a construção de conceitos. No recorte dos dados, apresentados na atividade 1 e atividade 3 (parte 1 e 2), tem-se que os estudantes conseguiram em sua totalidade realizar o tratamento e mais de 90% conseguiram realizar pelo menos uma conversão. Portanto, o entendimento é de que as atividades são qualificadas na perspectiva de possibilitarem a construção de conhecimento, e sua organização favorece a objetividade no raciocínio matemático de funções.

Nessa perspectiva, considerando a aplicabilidade da diversificação das representações semióticas e dos seus benefícios ao processo de aprendizagem, após aplicação e análise de cada uma das atividades, foi elaborado o Produto Educacional Isewaki (2019) com questões contemplando aspectos conceituais e procedimentais para o conteúdo de funções, para ser utilizado com estudantes de Engenharia recém-chegados às universidades.

REFERÊNCIAS

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representações semióticas. Campinas: Papirus, 2016.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro - SP, v. 19, n. 26, p. 77-102, 2006.

HENRIQUES, A.; ALMOULOUD, S. A. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do *software* Maple. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, abr./jun. 2016.

IGLIORI, S. B. C.; ALMEIDA, M. V. Educação Matemática no Ensino Superior e abordagens de Tall sobre o ensino/aprendizagem do Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 718-734, 2013.

ISEWAKI, N. T. **A prática educativa na introdução do cálculo com várias abordagens em cursos de engenharia**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.

LAUDARES, J. B. et al. **Equações diferenciais ordinárias e transformadas de LAPLACE**: análise gráfica de fenômenos com resolução de problemas: atividades com softwares livres. Belo Horizonte: Artesã, 2017.

LUZ, V. M. **Introdução ao cálculo**: uma proposta associando pesquisa e intervenção. 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

MACHADO, R. M. **A visualização na resolução de problemas de cálculo diferencial e integral no ambiente computacional MPP**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

MARCONI, M.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2018.

NASSER, L. Educação matemática no ensino superior-GT4 da SBEM: Texto 2: Ênfase nas pesquisas envolvendo o cálculo. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Anais...** ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. Brasil: SBEM, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5197_4401_ID.pdf. Acesso em: 15 mar. 2024.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, 2003.

STEWART, J. **Cálculo**: volume I. São Paulo: Cengage Learning, 2016.