



INSERÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL EM UMA UNIDADE DE ENSINO DE REFRIGERAÇÃO E AR CONDICIONADO

INSERTION OF MATHEMATICAL AND COMPUTATIONAL MODELING IN A REFRIGERATION AND AIR CONDITIONING TEACHING UNIT

Francisco Antonio Kraemer¹, Suany Machado dos Reis², Luiz Antônio Rasia³, Patricia Carolina Pedrali⁴

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v43p308-319.2024

RESUMO: Os cursos de graduação na atualidade têm despertado várias maneiras de se conseguir atender a variedade de novos perfis de alunos, muito diferentes das antigas gerações, no que se refere ao ensino e à aprendizagem no ensino superior. O ensino de Matemática e Física dentro dos cursos de Engenharia ainda é fundamental e norteia as diversas competências, habilidades e atitudes exigidas dos profissionais da área. Uma das principais dificuldades nas universidades está relacionada aos alunos ingressantes nos cursos de graduação, pois estes, além de virem com lacunas do ensino básico, confrontam-se com métodos tradicionais de exposição de aulas e conteúdos. Isso faz com que o número de evasão dos alunos nos cursos de Engenharia nos primeiros dois semestres se torne muito alto. Dentro da Engenharia Mecânica, uma das habilitações da profissão é o trabalho com o conforto térmico em ambientes de refrigeração industrial e domésticos, como na conservação de produtos e alimentos presentes em nossa vida cotidiana, além da climatização de ambientes para conforto e lazer. Conhecer o coeficiente de performance (COP) de cada equipamento é fundamental para se obter o melhor custo-benefício em relação ao gasto de energia com a produção de frio. O objetivo deste trabalho se desenvolveu a partir de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), com a inserção de maneira didática da modelagem matemática computacional de um sistema básico de refrigeração para verificação do comportamento de sua performance em função da variação de pressão, ou seja, aumento da carga de fluido refrigerante. Pode-se verificar que a performance do equipamento aumenta até uma determinada pressão de equilíbrio e, a partir disso, se aumentar a carga de fluido refrigerante o equipamento começa a perder eficiência devido ao grande trabalho realizado pelo compressor.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino na Engenharia; performance; equipamento de refrigeração.

ABSTRACT: Nowadays, undergraduate courses have created several ways of being able to serve a variety of new students with very different profiles from the old generations when it comes to teaching and learning academics in higher education. The teaching of mathematics and physics within engineering courses is still fundamental and guides the various skills, abilities and attitudes that professionals in the field require. One of the main difficulties in universities is with students entering undergraduate courses, as in addition to coming with gaps in basic education, they are faced with traditional methods of teaching classes and content. This makes the number of student dropouts in engineering courses in the first 2 semesters very high. Within Mechanical Engineering, one of the qualifications of this profession is to work with thermal comfort in industrial and domestic refrigeration environments, such as in the conservation of products and foods in our daily lives, in addition to the air conditioning of environments for comfort and leisure. Knowing the coefficient of performance (COP) of each equipment is essential to obtain the best cost-benefit in relation to energy expenditure on cold production. The objective of this work was developed from a potentially significant teaching unit (UEPS), inserting in a didactic way the computational mathematical modeling of a basic refrigeration system to verify the behavior of its performance as a function of pressure variation, that is, increase in refrigerant charge. It can be seen that the performance of the equipment increases up to a certain equilibrium pressure, and from that point on, if the refrigerant load increases, the equipment begins to lose efficiency due to the large amount of work done by the compressor.

KEYWORDS: Teaching in Engineering; performance; refrigeration equipment.

¹ Professor, Doutorando, UNIJUÍ, francisco.kraemer@unijui.edu.br

² Engenheira Mecânica, UNIJUÍ, suany.reis@souunijui.edu.br

³ Professor, Doutor, UNIJUÍ, rasia@unijui.edu.br

⁴ Professora, Doutora, UNIJUÍ, patricia.pedrali@unijui.edu.br



INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de novas tecnologias com o intuito de se produzir inovações que visam ao bem-estar das pessoas está atrelado diretamente aos profissionais de engenharia que fazem do seu conhecimento grandes alternativas para o bem comum e da sociedade. O aumento da capacidade de produção das indústrias também decorre devido às grandes evoluções dos profissionais da área que conduzem em ritmo acelerado a automação e as tecnologias embarcadas nos setores produtivos, sendo este um campo também muito explorado na engenharia.

Para que se possa ter bons profissionais disponíveis e aptos a serem inseridos no mercado de trabalho, é preciso ter um olhar para a formação acadêmica dos futuros profissionais de engenharia. Assim, segundo Kraemer (2021), existem diversas formas de utilização das ferramentas de ensino, como as UEPS (Unidade de Ensino Potencialmente Significativa), com a inserção também de atividades experimentais na busca da aprendizagem significativa. Com aspectos tecnológicos ligados às novas gerações ingressantes nos cursos de Engenharia, a informação pode ser adquirida muito mais rapidamente do que em tempos anteriores; diante disso, são necessárias ferramentas de ensino e aprendizagem capazes de realizar maiores interações entre os alunos, tornando-os protagonistas na sua formação pessoal e profissional.

Os professores das instituições de ensino, principalmente os do campo da Engenharia Mecânica, são também profissionais atuantes nas grandes indústrias, com grandes competências nas funções que exercem nessas corporações. Todavia, em geral, eles possuem algumas lacunas no que se refere às práticas pedagógicas e estão distantes das ferramentas de ensino aplicadas na atualidade, pois geralmente esses profissionais já saíram há algum tempo do mundo acadêmico. Normalmente, estes dominam a parte técnica, mas têm lacunas quanto à transmissão dessa experiência profissional, isso é, quanto aos aspectos didáticos necessários para alcançar a atenção dos alunos em sala de aula.

A Associação Brasileira de Educação em Engenharias (ABENGE) apresenta diversos trabalhos científicos que podem servir como base para melhorar o processo de ensino-aprendizagem principalmente nas áreas da engenharia. O Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) revelou que 70% dos cursos de Engenharia têm conceitos de 1 a 3 nos seus respectivos exames, e 40% a 50% dos alunos que ingressam nos cursos de Engenharia no primeiro semestre



acabam desistindo. Essa grande evasão está atrelada principalmente aos primeiros semestres, ao primeiro e ao segundo, nos quais há uma carga maior de disciplinas da área de exatas, principalmente Matemática e Física.

A disciplina de refrigeração e ar condicionado é uma das grandes habilitações do profissional de Engenharia Mecânica, com papel importante na busca pelo conforto térmico e bem-estar das pessoas em ambientes industriais como também em ambientes domésticos na vida cotidiana. Segundo Miller (2019), a refrigeração consiste no processo de remoção de calor de onde ele não é desejado. O exemplo mais comum e prático desse processo é o condicionador de ar, que refrigera o ar interno de um ambiente colocando o ar quente para o ambiente externo. Um sistema de refrigeração é constituído basicamente por compressores, ventiladores, trocadores de calor, bombas, tubos e controladores.

Para que esse processo de refrigeração aconteça é necessário que haja um fluido refrigerante, que é responsável pela transferência de calor em um equipamento de refrigeração. Miller (2019) afirma que um fluido refrigerante comercial é qualquer substância que evapore e vaporize a temperaturas relativamente baixas. Os fluidos mais comuns utilizados são R134a, R22, R410a como também a amônia (NH_3).

Em operação, uma unidade de refrigeração permite que o refrigerante vaporizado no interior de tubos que estão em contato, direta ou indiretamente, com o meio a ser resfriado. Os controles e o projeto de engenharia determinam as temperaturas que são alcançadas por uma unidade em particular (Miller, 2019, p. 49).

Para que seja possível elaborar um sistema de refrigeração é necessária a compreensão de alguns conceitos de termodinâmica. Segundo Borgnakke (2018), as leis da conservação de massa e da energia têm um papel fundamental no projeto e análise do desempenho de sistemas de refrigeração “proposto no início do século XIX pelo engenheiro francês Sadi Carnot, constitui o paradigma de operação dos ciclos reais pelo fato de se caracterizar por um rendimento máximo para determinadas condições operacionais” (Wilbert, 2018, p. 26).

Conforme Stoecker (2018), para sistemas de refrigeração, um dos parâmetros que indica melhores condições de eficiência é o COP – sigla de *Coefficient Of Performance* – que relaciona a energia produzida na forma de frio em relação a quanto é gasto no compressor para o funcionamento do ciclo termodinâmico. De acordo com a Tabela 1, quanto mais alto for o Coeficiente de Performance, melhor será a eficiência do sistema de refrigeração.



Tabela 1 – Valores do COP

COP (Coeficiente de Performance)	Classe
$COP > 3,6$	A
$3,6 \geq COP > 3,4$	B
$3,4 \geq COP > 3,2$	C
$3,2 \geq COP > 2,8$	D
$2,8 \geq COP > 2,6$	E
$2,6 \geq COP > 2,4$	F
$2,4 \geq$	G

Fonte: elaborada pelos autores.

Segundo Kraemer (2023), a utilização de sistemas de refrigeração em nossa vida cotidiana se tornou indispensável, devido à busca cada vez maior de conforto térmico em nossas atividades. É da habilitação do engenheiro mecânico a determinação e o dimensionamento dos equipamentos em busca da melhor performance. Esse fator torna a utilização de energia elétrica ainda mais indispensável, uma vez que para o sistema de refrigeração funcionar é necessária a eletricidade para o acionamento dos compressores e motores de ventilação. Diante do cenário de evolução e inovação na criação de novos equipamentos, é fundamental se dispor de produtos que consomem menos energia, com eficiência melhor, em detrimento dos equipamentos produzidos há tempos atrás, que apresentam maiores níveis de consumo de energia elétrica.

O objetivo deste trabalho é utilizar, a partir de uma UEPS, a inserção da modelagem matemática computacional para modelar o comportamento do Coeficiente de Performance em uma bancada didática de refrigeração, com intuito de demonstrar a importância dessa ferramenta na engenharia e desenvolver de forma prática a aprendizagem significativa sobre conceitos de refrigeração e ar condicionado.

DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM E AS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Para Moreira (2012), as UEPS se fundamentam na estruturação dos conceitos já estabelecidos na estrutura cognitiva dos alunos pelas experiências vividas até o



presente momento somadas aos conceitos e às novas informações que são desenvolvidas no decorrer da aprendizagem dos componentes curriculares. Essa estruturação, com auxílio de ferramentas de ensino e aprendizagem dentro das UEPS, consegue formar um potencial significativo para ter o aluno protagonista em seu processo de formação acadêmica.

A unidade de ensino desenvolvida para aplicação da ferramenta matemática se constitui nas seis primeiras aulas do componente curricular de refrigeração e ar condicionado do curso de Engenharia Mecânica. A Tabela 2 representa de forma simplificada a distribuição das atividades realizadas no decorrer das seis aulas propostas pela UEPS.

Tabela 2 – Distribuição das atividades por aula na unidade de ensino

UEPS	Atividades	Aulas
Avaliação diagnóstica	Aplicação dos Mapas conceituais Iniciais	1º Aula (4 horas)
Conhecimentos prévios	explanação de sistemas de refrigeração	
Situação-problema	Interpretar o funcionamento de um sistema de refrigeração simples.	
Diferenciação progressiva	Aula invertida	2º Aula (4 horas)
Aprofundamento do conteúdo	Experimentação no protótipo educacional (bancada)	3º Aula (4 horas)
Situação-problema	Experimentação e modelagem matemática do sistema	4º Aula (4 horas)
Atividade de fechamento:	Debate e análise do comportamento da COP da bancada	5º Aula (4 horas)
Avaliação da somativa	Mapas conceituais	6º Aula (4 horas)
Avaliação da UEPS	Prova do conteúdo abordado	

Fonte: elaborada pelos autores.

A modelagem matemática e computacional como ferramenta de inserção na decorrente unidade de ensino apresentada contempla a parte experimental na terceira aula, tratamentos dos dados coletados na quarta aula e as análises dos comportamentos do sistema realizado didaticamente na quinta aula, com discussões e debates. O recorte das três aulas, citadas anteriormente, fundamenta a importância de conhecer, usar e dominar tais ferramentas para a atuação



profissionalmente com as competências necessárias nas habilitações que a área lhes proporciona.

Para a montagem do sistema de refrigeração da bancada didática será utilizado um compressor, que realiza a variação de pressão do fluido refrigerante no sistema; um condensador, para realizar a troca de fase do fluido, realizando uma troca de calor com o ambiente externo e sendo resfriado; uma válvula de expansão, que tem por função gerar uma queda de pressão, fazendo com que a temperatura do fluido refrigerante caia drasticamente; e um evaporador, por onde o frio é trocado do fluido refrigerante para o ar ambiente a ser refrigerado. Para obtenção dos valores necessários foram utilizados termômetros digitais e manômetros de alta e de baixa pressão.

O fluido refrigerante escolhido para o sistema é o R134a, por ser o fluido específico para utilização e funcionamento desse tipo de compressor, bastante utilizado em ar-condicionado residencial, automóveis e em refrigeradores domésticos, de baixa toxicidade e não inflamável.

Para encontrar o COP do sistema montado em laboratório, foram feitas diversas medições de temperatura e pressão. A variação de pressão para busca dos dados experimentais de temperatura e entalpia é de 50 PSI até 120 PSI na linha de alta pressão. O fluido refrigerante R134a é inserido no sistema com um manifold pela linha de sucção na forma de vapor. Após a inserção do fluido refrigerante para cada escala de pressão estimada, após estabilizar o sistema, são retirados os valores de pressão e temperatura para cada ponto do equipamento.

O cálculo do COP é a razão entre a energia disponibilizada em forma de frio (Q) e o trabalho realizado pelo compressor (W). Costa (1982) representa o coeficiente de performance seguindo a Equação 1, abaixo.

$$COP = \frac{Q_{41}}{AL_{m12}} = \frac{H_1 - H_4}{H_2 - H_1} \quad (1)$$

Conforme Costa (1982), Q_{41} é a capacidade de refrigeração do sistema da bancada didática, sendo a variação das entalpias de entrada e saída do evaporador dada pela Equação 2.

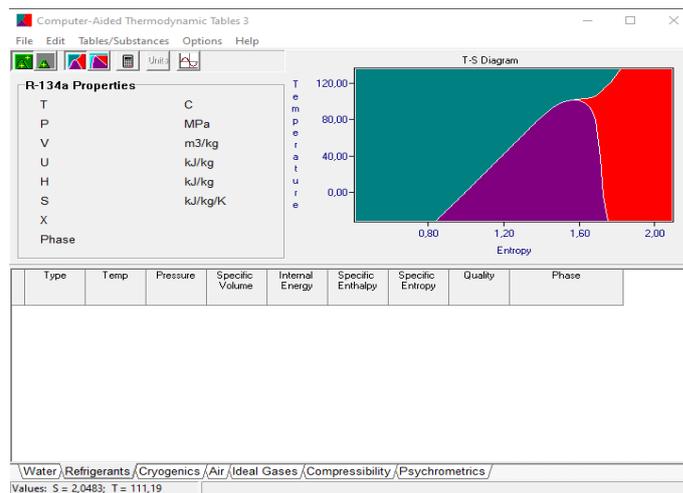
$$Q_{41} = (H_1 - H_4) \quad (2)$$

O trabalho do compressor AL_{m12} é possível se obtido utilizando a variação das entalpias de entrada e saída do processo de compressão isentrópica; conforme Costa (1982), a Equação 3 representa a compressão.

$$AL_{m12} = -(H_2 - H_1) \quad (3)$$

De acordo com os valores encontrados durante as medições, foi utilizado o *software* Computer Aided Thermodynamics Tables, representado na Figura 1, para encontrar as entalpias necessárias para os cálculos. Para que se possa encontrar a propriedade de entalpia é necessário conhecer outras duas propriedades, pressão e temperatura. Dessa forma, são medidas a pressão nos pontos de análise com manômetros e a temperatura com termômetros digitais.

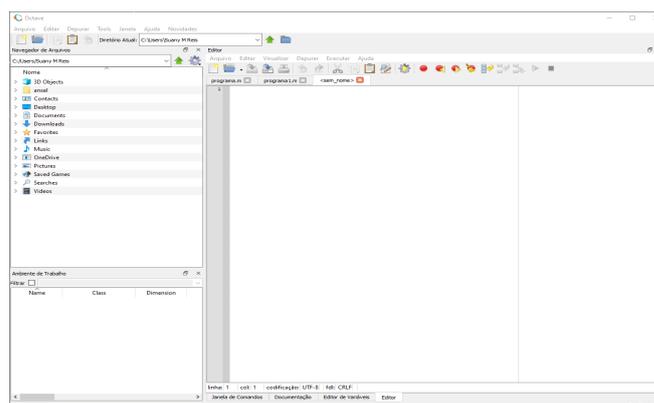
Figura 1 – Software Computer Aided Thermodynamics Tables



Fonte: elaborada pelos autores.

Com todos os dados de entalpia obtidos, pode-se utilizar o *software* Octave, Figura 2, para realização da modelagem matemática, obtendo-se o comportamento do Coeficiente de Performance.

Figura 2 – Software Octave



Fonte: elaborada pelos autores.

DADOS EXPERIMENTAIS E A MODELAGEM MATEMÁTICA DO COEFICIENTE DE PERFORMANCE

A bancada didática de refrigeração utilizada para retirar os dados necessários para criar o modelo matemático que irá representar o comportamento da performance está ilustrada na Figura 3.

Figura 3 – Bancada de refrigeração



Fonte: acervo dos autores

Inicia-se os testes da terceira aula da UEPS proposta colocando o fluido refrigerante R134a no sistema pela linha de baixa pressão até atingir todas as variações de pressão. As leituras de temperaturas em função dessa variação estão descritas na Tabela 3. Há que se lembrar que as temperaturas nos pontos estão em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), e a variação da pressão é lida em PSI.

Tabela 3 – Temperatura nos pontos

Pressão alta (psi)	T1 ($^{\circ}\text{C}$)	T2 ($^{\circ}\text{C}$)	T3 ($^{\circ}\text{C}$)	T4 ($^{\circ}\text{C}$)
50	26,6	49,6	25,5	19,8
60	26,5	51,7	25,5	19,8
70	26,5	53,8	25,5	19,4
80	26,5	56	25,4	15,4
90	26,6	60,4	26,4	-9,8
100	26,8	65,3	30,4	-1,6
110	25,5	66,6	33	3,3
120	21,2	67,3	37,3	7,4

Fonte: elaborada pelos autores.



As pressões na primeira coluna foram aquelas medidas na linha de alta pressão pelo manômetro (vermelho) e as pressões de baixa foram geradas pelo sistema, sendo visualizadas no manômetro (azul). As temperaturas T_1 , T_2 , T_3 e T_4 foram obtidas por meio de medições, observadas nos termômetros instalados no sistema.

Com as pressões e temperaturas encontradas, pode-se buscar os dados de entalpia no *software* Computer Aided Thermodynamics Tables (Figura 1). As entalpias encontradas estão descritas na Tabela 4, lembrando que as entalpias estão em (KJ/Kg), ou seja, unidade de potência específica.

Tabela 4 – Entalpias do sistema

Pressão alta (psi)	h1 (KJ/Kg)	h2 (KJ/Kg)	h3 (KJ/Kg)	h4 (KJ/Kg)
50	424,7	442,2	420,2	418,8
60	424,2	443,1	418,8	418,4
70	423,8	444	417,3	417,6
80	423,5	445	415,6	413,8
90	423,6	448,2	414,9	187
100	423,9	452	417,3	399
110	422,7	452	418,3	403,4
120	419,2	451	416,9	407,3

Fonte: elaborada pelos autores.

Na quarta aula demonstrada na UEPS, após obtidos todos os dados das entalpias e utilização das Equações 1, 2 e 3, pode-se calcular a capacidade de refrigeração, o trabalho do compressor e o Coeficiente de Performance. Utilizando o *software* Octave para realizar a modelagem, é possível verificar o comportamento da performance em função da variação da pressão no sistema. A Figura 4 mostra o código utilizado no *software* no qual estão inseridas as informações das entalpias e pressões para modelar o comportamento desse sistema.



Figura 4 – Código da Modelagem no Octave

```

1 %modelagem sistema de refrigeração evaporador 1
2
3 clear all;
4 clc;
5 close all;
6
7 %vetor pressão
8 P_psi=[50:10:120];
9
10 %variaveis
11 h1_EV1=[424.7 424.2 423.8 423.5 423.6 423.9 422.7 419.2]
12 h2_EV1=[442.2 443.1 444 445 448.2 452 452 451]
13 h5_EV1=[420.2 418.8 417.3 415.6 414.9 417.3 418.3 416.9]
14 h6_EV1=[418.8 418.4 417.6 413.8 187 399 403.4 407.3]
15
16 %capacidade de refrigeração do evaporador 1
17 for i=1:8
18     Q_EV1(i)=(h1_EV1(i)-h6_EV1(i));
19 end
20
21 %trabalho do compressor
22 for i=1:8
23     W_COMP(i)=(h2_EV1(i)-h1_EV1(i));
24 end
25
26 %COP
27 for i=1:8
28     COP(i)=(Q_EV1(i))/(W_COMP(i));
29 end
30 plot(P_psi,COP)
31 title('Performance x Pressão')
32 xlabel('Pressão de alta (PSI)')
33 ylabel('Coeficiente de Performance')

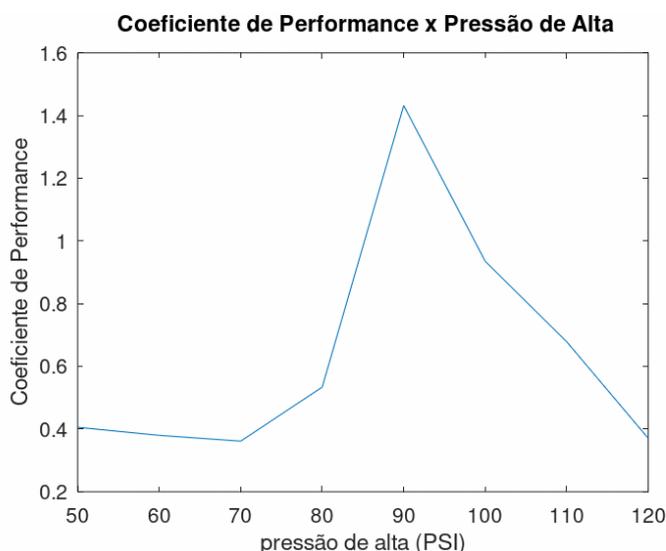
```

Fonte: elaborada pelos autores.

O código da Figura 4 demonstra a inserção das equações e a geração do comportamento do coeficiente de performance.

ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após realizada a programação e modelagem no *software* juntamente com os alunos, ilustra-se, na Figura 5, o comportamento do coeficiente de performance em função da variação da pressão no sistema. Na quinta aula, em discussão com a turma, pode-se verificar que o aumento do coeficiente de performance se dá a partir da pressão de 80 psi, chegando a sua maior eficiência em 90 psi. Isso ocorre devido ao fluido refrigerante, que sai do compressor como vapor superaquecido, começar a se condensar na passagem pelo condensador. Quando o fluido refrigerante passa pelo condensador como líquido saturado chegando à válvula de expansão, isso gera o abaixamento da temperatura do fluido refrigerante, devido à queda de pressão na válvula de expansão.

**Figura 5 – COP x Variação de Pressão**

Fonte: elaborada pelos autores.

Conforme a Figura 5, a partir da pressão de 90 psi até 120 psi é possível perceber que há uma diminuição gradativa na performance; isso se dá pelo aumento do trabalho realizado no compressor devido ao fornecimento maior de energia para realizar a compressão do fluido refrigerante no sistema, tendo a mesma produção de frio.

CONCLUSÕES

Pode-se concluir que a modelagem matemática aplicada na engenharia é fundamental para o desenvolvimento das habilidades e competências necessárias na formação acadêmica. O modelo matemático desenvolvido demonstra a importância de se respeitar as condições de funcionamento dos fabricantes em relação à quantidade de fluido refrigerante ideal e as pressões de funcionamento para que o equipamento possa ter a melhor performance nas aplicações desejadas.

Pode-se concluir que a UEPS, com a inserção da modelagem matemática, tornou as aulas mais atrativas. Com aspectos matemáticos computacionais, conseguiu-se demonstrar a matemática em termos de equacionamento em aplicações práticas relevantes para os alunos. A aplicação dessa ferramenta na estrutura da UEPS também é extremamente útil, pois a unidade de ensino consegue



criar um roteiro de coleta, preparação e discussão da modelagem de dados experimentais. Na aplicação da avaliação dos mapas conceituais e prova objetiva, pode-se verificar que o material proposto teve influência positiva nas notas que os alunos obtiveram, sendo todas acima da média geral.

REFERÊNCIAS

- BORGNACKE, C.; SONNTAG, R. E. **Fundamentos da termodinâmica**. São Paulo: Editora Blucher, 2018.
- COSTA, E. C. D. **Refrigeração**. São Paulo: Editora Blucher, 1982.
- KRAEMER, F. A.; RASIA, L. A. Ueps e Mapas Conceituais no Ensino e Aprendizagem de Refrigeração na Engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 42, p. 696-705, 2023.
- KRAEMER, F. A.; KIECKOW, F. Experimentação como Estratégia Didática no Ensino de Mecânica dos Sólidos na Engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 40, p. 181-188, 2021.
- MILLER, R.; MILLER, M. **Ar-Condicionado e Refrigeração**. 2ª edição. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2014. E-book.
- MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.
- MOREIRA, M. A. **Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS**. 2012. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSport.pdf>. Acesso em: 10 de janeiro. 2023.
- STOECKER, W. F.; JABARDO, J. M. S. **Refrigeração industrial**. São Paulo: Editora Blucher, 2018.