



UTILIZAÇÃO DE FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS ALTERNATIVAS NO ENSINO APLICADO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

USE OF ALTERNATIVE COMPUTATIONAL TOOLS FOR APPLIED TEACHING OF HEAT TRANSFER

Gabriel de Moraes Cordeiro¹, Leticia Gomes², Sílvio Aparecido Verdério Júnior³

DOI: 10.37702/REE2236-0158.v43p347-367.2024

RESUMO: A transferência de calor é o processo pelo qual a energia térmica é trocada entre corpos devido a diferenças de temperatura. Existem três mecanismos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Diante disso, durante a graduação, os alunos enfrentam exercícios complexos em várias disciplinas, como Transferência de Calor, em que a solução analítica pode se tornar bastante desafiadora. A ausência de metodologias alternativas para resolver esses problemas pode resultar em um processo de ensino-aprendizagem ineficaz e, muitas vezes, desmotivador. Portanto, é essencial adotar abordagens pedagógicas diversificadas, como métodos numéricos e simulações computacionais, para facilitar a compreensão e a aplicação dos conceitos, promovendo um aprendizado mais eficaz e envolvente. Dessa forma, este trabalho apresenta e explora diferentes métodos, utilizando exclusivamente ferramentas numéricas gratuitas, para resolver problemas matematicamente complexos, baseando a análise em uma situação-problema na área de Transferência de Calor aplicada. A acuracidade das diferentes metodologias utilizadas foi validada a partir dos resultados obtidos na formulação clássica do método de Newton-Raphson. O uso de *softwares* livres foi constatado como uma alternativa eficaz para metodologias de ensino-aprendizagem e pesquisas, especialmente diante de restrições orçamentárias. Demonstrou-se que as ferramentas numéricas utilizadas não apenas oferecem exatidão comparável às tradicionais, mas também diversificam abordagens pedagógicas, promovendo inclusão e motivação entre os estudantes. Além de reduzir a retenção e evasão em disciplinas com alto formalismo matemático, os *softwares* utilizados se mostraram acessíveis, fáceis de usar e altamente aplicáveis no contexto acadêmico e profissional, enriquecendo significativamente a formação e aprendizagem dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Transferência de Calor; Metodologias de Ensino; Métodos Computacionais; *Software* livre.

ABSTRACT: Heat transfer is the process by which thermal energy is exchanged between bodies due to temperature differences. There are three mechanisms of heat transfer: conduction, convection, and radiation. During their undergraduate studies, students face complex exercises in various subjects such as Heat Transfer, where the analytical solution can become quite challenging. The absence of alternative methodologies to solve these problems can result in an ineffective and often demotivating teaching-learning process. Therefore, it is essential to adopt diversified pedagogical approaches, such as numerical methods and computational simulations, to facilitate the understanding and application of concepts, promoting more effective and engaging learning. Thus, this work presents and explores different methods, using exclusively free numerical tools, to solve mathematically complex problems, based on a problem-situation in the area of Applied Heat Transfer. The accuracy of the different methodologies used was validated from the results obtained in the classical formulation of the Newton-Raphson method. The use of free software was found to be an effective alternative for teaching-learning methodologies and research, especially in the face of budget constraints. It was demonstrated that the numerical tools used not only offer accuracy comparable to traditional ones but also diversify pedagogical approaches, promoting inclusion and motivation among students. In addition to reducing retention and dropout rates in subjects with high mathematical formalism, the software used proved to be accessible, easy to use, and highly applicable in the academic and professional context, significantly enriching students' training and learning.

KEYWORDS: Heat transfer; Teaching Methodologies; Computational Methods; Free software.

¹ IFSP Campus Araraquara, cordeiro.gabriel@aluno.ifsp.edu.br

² IFSP Campus Araraquara, gomes.leticia1@aluno.ifsp.edu.br

³ IFSP Campus Araraquara, silvioverderio@ifsp.edu.br



INTRODUÇÃO

Para a análise de problemas de Transferência de Calor, é comum que os alunos utilizem o livro clássico de Incropera, Dewitt e Bergman (2008), que ensina os mecanismos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. No primeiro mecanismo, o calor é transferido por meio de um material sólido ou entre sólidos em contato direto, devido à interação entre moléculas e átomos adjacentes; por exemplo, ao aquecer uma extremidade de uma barra de metal, o calor se propaga por toda a barra. O segundo mecanismo é a convecção, em que a transferência de calor ocorre pelo movimento de fluidos (líquidos ou gases) e pode ser natural, causada por diferenças de densidade, ou forçada, impulsionada por forças externas como ventiladores; um exemplo de convecção forçada é a circulação de ar quente de um aquecedor em uma sala. Por fim, na radiação, a transferência de calor ocorre por meio de ondas eletromagnéticas, principalmente infravermelhas, sem necessidade de um meio material; todos os corpos emitem radiação térmica baseada em sua temperatura, como quando se sente o calor próximo a uma fogueira.

A fluido-termodinâmica, ou fluidotérmica, desempenha um papel crucial em várias engenharias e aplicações cotidianas, como na indústria automotiva e de eletrônicos. Para garantir a eficiência dessas aplicações, o processo formativo dos graduandos em Engenharia é essencial. Disciplinas como Mecânica dos Fluidos, Termodinâmica e Transferência de Calor, entre outras, devem proporcionar uma base sólida e prática, integrando teoria com aplicações reais por meio de métodos pedagógicos ativos. Isso prepara os estudantes para contribuir de maneira eficaz e inovadora com a comunidade e com a indústria.

A inovação no Ensino de Engenharia é essencial para preparar os alunos para os desafios do mundo atual. Carvalho, Pereira e Silva (2024) afirmam que a introdução de novas metodologias no Ensino de Engenharia não só facilita a aprendizagem, mas também incentiva o pensamento criativo e crítico dos estudantes. Entre essas inovações estão o uso de tecnologias digitais e técnicas de aprendizado mais dinâmicas e interativas; esse tipo de abordagem é crucial para formar engenheiros que consigam acompanhar as rápidas mudanças tecnológicas.

Os métodos de aprendizagem ativa, como o aprendizado baseado em problemas e a aprendizagem em grupo, têm se mostrado muito eficazes no Ensino de Engenharia. Almeida e Santos (2023) destacam que esses métodos ajudam os alunos a entender melhor os conceitos teóricos e a desenvolver habilidades



importantes, como trabalho em equipe e resolução de problemas. Gomes e Ferreira (2024) acrescentam que o uso de tecnologias digitais na educação tem um efeito positivo no aprendizado, pois permite a personalização do ensino e o acompanhamento do progresso dos alunos de forma mais precisa.

O ensino híbrido, que combina aulas presenciais e aulas *on-line*, também tem ganhado popularidade no campo da engenharia. Silva e Rocha (2022) explicam que esse método oferece flexibilidade e acessibilidade, permitindo que os alunos aprendam no seu próprio ritmo e desenvolvam habilidades socioemocionais por meio dessas práticas híbridas, o que prepara os engenheiros em formação para trabalharem em equipes diversas. Além disso, Martins e Sousa (2020) discutem a integração de práticas sustentáveis no currículo de Engenharia, promovendo uma formação mais completa e alinhada com os princípios de sustentabilidade.

A integração de abordagens computacionais para a simulação da transferência de calor é uma tendência crescente e permite que sejam feitas análises mais detalhadas e otimizações de sistemas térmicos. Silva *et al.* (2021) e da Silva *et al.* (2021) destacam o desenvolvimento de *softwares* e plataformas computacionais para a simulação em tempo real, os quais facilitam o ensino e a aplicação prática dos conceitos de transferência de calor.

O processo de ensino-aprendizagem nas disciplinas técnicas dos cursos de Engenharia geralmente se baseia no método clássico de resolução algébrica de problemas, muitas vezes a partir da utilização de métodos numéricos para soluções aproximadas. Embora esses métodos sejam confiáveis, sua complexidade pode desestimular os alunos, resultando em elevados índices de reprovação e evasão. Diante disso – e considerando os avanços tecnológicos aplicados na área da Educação na última década, bem como a emergência das metodologias ativas, computacionais, lúdicas e visuais – faz-se necessária, cada vez mais, a busca por ferramentas de resolução de problemas, especialmente computacionais e gratuitas, para simplificar e otimizar o processo de ensino-aprendizagem nessas áreas.

No contexto da problematização exposta, o presente trabalho objetiva apresentar diferentes metodologias numéricas e computacionais para o ensino aplicado de transferência de calor em cursos de Engenharia, em abordagens interdisciplinares com outras disciplinas dos cursos (em especial nas áreas de Cálculo numérico e Programação) e com utilização de ferramentas computacionais totalmente gratuitas. Destaca-se que, diante das restrições orçamentárias enfrentadas pelas Instituições de Ensino nas últimas décadas, é crucial buscar e desenvolver ferramentas livres e de código aberto para permitir o

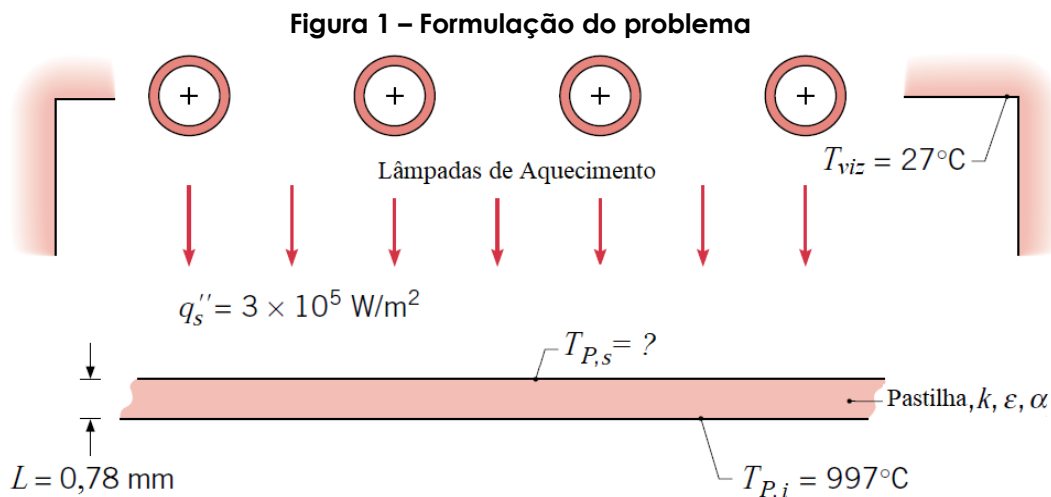
avanço contínuo do ensino, pesquisa e desenvolvimento, mesmo em períodos de austeridade financeira.

NOMENCLATURA

A_S	área da superfície, m^2	$q_{rad\ emit.}$	taxa de transferência de calor por radiação emitida, W
\dot{E}_{acum}	taxa de acúmulo de energia no sistema, W	q_s''	fluxo térmico superficial, W/m^2
\dot{E}_e	taxa de entrada de energia no sistema, W	$T_{P,i}$	temperatura da superfície inferior da pastilha, K
\dot{E}_g	taxa de geração de energia no sistema, W	$T_{P,s}$	temperatura da superfície da pastilha, K
\dot{E}_s	taxa de saída de energia no sistema, W	T_{viz}	temperatura das vizinhanças, K
k	condutividade térmica, $W/(m.K)$	Greek symbols	
L	espessura, mm	α	absortividade
n	n-ésima iteração do Método de Newton-Raphson	ε	emissividade
q_{cond}	taxa de transferência de calor por condução, W	σ	constante de Stefan-Boltzmann, $W/(m^2.K^4)$
$q_{rad\ abs.}$	taxa de transferência de calor por radiação absorvida, W		

METODOLOGIA

A situação-problema em estudo consiste na resolução do Problema 1.42 de Incropera, Dewitt e Bergman (2008), um caso aplicado de Engenharia Mecânica. Esse problema aborda, de forma prática e aplicada, a análise dos mecanismos de transferência de calor por condução e radiação térmica em um cenário real de engenharia no ambiente industrial, incluindo a correspondente tomada de decisão em relação à temperatura encontrada. O problema em estudo está ilustrado na Figura 1.



Fonte: adaptada de Incropera, Dewitt e Bergman (2008).



No processamento térmico de materiais semicondutores, a t \hat{e} mpera é efetuada pelo aquecimento de pastilhas de silício de acordo com uma programação temperatura-tempo e, a seguir, pela manutenção em uma temperatura fixa e elevada por um período de tempo preestabelecido. No dispositivo para o processamento mostrado na Figura 1, a pastilha se encontra em uma câmara onde há vácuo, cujas paredes são mantidas a 27°C, no interior da qual lâmpadas de aquecimento mantêm um fluxo térmico radiante q_s'' na superfície superior da pastilha. A pastilha possui espessura de 0,78 mm, sua condutividade térmica é de $30 \frac{W}{(m.K)}$ e sua emissividade é igual a sua absorvidade em relação ao fluxo térmico radiante ($\epsilon = \alpha = 0,65$). Para $q_s'' = 3,0 \cdot 10^5 \frac{W}{m^2}$, a temperatura em sua superfície inferior é medida por um termômetro de radiação, sendo igual a $T_{P,i} = 997^\circ C$. Para evitar o empeno da pastilha e a indução de planos de deslizamento na estrutura do cristal, a diferença de temperaturas ao longo da espessura da pastilha deve ser inferior a 2°C. Pergunta-se se a condição está sendo satisfeita.

Para responder ao quesito formulado e realizar a tomada de decisão, faz-se necessário estimar a temperatura superficial da pastilha ($T_{P,s}$) por meio da análise e da resolução da situação-problema em estudo. Esse processo se inicia com a adoção de hipóteses simplificadoras, que visam facilitar a modelagem físico-matemática do problema.

Admite-se que o sistema analisado, a superfície da pastilha, está em regime permanente, com propriedades físicas constantes e sem geração de calor. Também se admite a ausência de trocas de calor por convecção térmica (devido ao vácuo da câmara), condução unidirecional ao longo da espessura da pastilha e que as trocas radiantes ocorrem entre um pequeno objeto e um grande invólucro externo.

Em seguida, considerando a pastilha como volume de controle de análise, tem-se a aplicação da Lei da Conservação da Energia (1ª Lei da Termodinâmica):

$$\dot{E}_{acum} = \dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g \quad (1)$$

em que os termos \dot{E}_{acum} e \dot{E}_g são nulos devido às hipóteses assumidas de regime permanente (em que a energia total do sistema não sofre alterações ao longo do tempo, ou seja, sem acúmulo temporal de energia) e sem geração de energia térmica, respectivamente. Além disso, o termo \dot{E}_e faz referência à parcela



absorvida de radiação térmica emitida pelas lâmpadas de aquecimento, enquanto o termo \dot{E}_s se refere às parcelas emitidas de calor por condução térmica por meio do comprimento da pastilha e pela radiação emitida pela sua superfície. Sendo:

$$\dot{E}_e = q_{rad_{abs.}} = \alpha \cdot q_s'' \cdot A_s \quad (2)$$

$$\dot{E}_s = q_{rad_{emit.}} + q_{cond} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s \cdot (T_{P,s}^4 - T_{viz}^4) + \frac{k \cdot A_s \cdot (T_{P,s} - T_{P,i})}{L} \quad (3)$$

Assim, ao considerar o significado físico das hipóteses simplificadoras assumidas, juntamente com as Equações (2) e (3) aplicadas diretamente à Equação (1), e dividindo ambos os lados da equação resultante pelo termo A_s , tem-se finalmente:

$$\dot{E}_s = q_{rad_{emit.}} + q_{cond} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s \cdot (T_{P,s}^4 - T_{viz}^4) + \frac{k \cdot A_s \cdot (T_{P,s} - T_{P,i})}{L} \quad (4)$$

Por fim, ao substituir os valores das propriedades e parâmetros físicos da situação-problema, obtém-se a equação governante do caso em estudo para cálculo do parâmetro de tomada de decisão $T_{P,s}$, dada por:

$$0,65 \cdot 3 \cdot 10^5 = 0,65 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (T_{P,s}^4 - 300,15^4) + \frac{30 \cdot (T_{P,s} - 1270,15)}{0,78 \cdot 10^{-3}} \quad (5)$$

Sendo assim, utilizando exclusivamente *softwares* e ferramentas computacionais livres e de código aberto, serão aplicadas diferentes metodologias numéricas e computacionais para resolver a equação governante final da situação-problema analisada, representada pela Equação (5). Também será conduzida uma análise detalhada das vantagens, desvantagens, aplicabilidade e acuracidade das diversas ferramentas e abordagens numéricas utilizadas.



Método de Newton-Raphson

O estudo das diferentes metodologias de solução do problema é iniciado com a abordagem clássica, o método de Newton-Raphson, que será utilizado como referência para avaliação da acuracidade dos demais métodos.

O método de Newton-Raphson é um método numérico iterativo eficiente para encontrar raízes de funções não lineares. Em problemas de transferência de calor, este pode ser aplicado para resolver equações não lineares que surgem em situações como a condução de calor com condições de contorno não lineares ou em problemas envolvendo radiação térmica. Sua formulação, diretamente aplicada ao problema estudado, é dada por:

$$T_{P,S_{n+1}} = T_{P,S_n} - \frac{f(T_{P,S_n})}{f'(T_{P,S_n})} \quad (6)$$

em que

$$f(T_{P,S_n}) = -0,65 \cdot 3 \cdot 10^5 + 0,65 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (T_{P,S}^4 - 300,15^4) + \frac{30 \cdot (T_{P,S} - 1270,15)}{0,78 \cdot 10^{-3}} = 0 \quad (7)$$

A partir da resolução do problema utilizando o desenvolvimento da Equação (6), são obtidos os resultados apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Aplicação do Método de Newton-Raphson na solução do problema em análise

n	T_n [K]	$f(T_n)$	$f'(T_n)$	T_{n+1} [K]	Erro [K]
0	300,15000	-37502692,31	38465,52478	1275,118950	-
1	1275,11895	93245,79968	38767,17728	1272,713673	2,40527699500000
2	1272,71367	2,077284015	38765,45094	1272,713620	0,00005358596286
3	1272,71362	0,022715117	38765,45090	1272,713619	0,00000058596288

Fonte: elaborada pelos autores.

Da Tabela 1, obtém-se $T_{P,S} \cong 1272,71361 \text{ K}$. Dependendo da acuracidade requerida, são necessárias três (03) ou quatro (04) iterações para a convergência da solução. O erro do método de Newton-Raphson é um aspecto crucial que determina a acuracidade e o critério de parada (convergência) do método. Nesse sentido, a escolha de uma tolerância adequada permite que o método convirja de maneira confiável para a solução correta, evitando problemas de divergência ou excesso de iterações. Esses critérios são de extrema importância no estudo de



problemas de transferência de calor, uma vez que a acuracidade é um fator crítico, e o controle do erro é essencial para obter resultados válidos e úteis, especialmente em aplicações de engenharia.

Método Computacional – Software WxMaxima

WxMaxima é uma interface gráfica para sistemas algébricos computacionais, a qual é utilizada para manipulação simbólica de expressões matemáticas, cálculos numéricos e gráficos (WxMaxima, 2024). Dessa forma, consolida-se como uma ferramenta muito útil para resolver problemas de transferência de calor.

Assim, a solução numérica da equação governante da situação-problema, Equação (5), pode ser obtida por meio do software WxMaxima, cuja interface e sub-rotina de programação são apresentadas na Figura 2. É importante destacar que o uso dessa ferramenta computacional requer conhecimentos prévios em disciplinas como Introdução à Computação, Linguagens de Programação e Cálculo Numérico, possibilitando uma abordagem interativa e interdisciplinar na integração de diferentes áreas do conhecimento no processo ensino-aprendizagem.

Figura 2 – Solução da equação governante por meio do software WxMaxima

```
(%i1) 0.65 - 3*(10^5) = 0.65-5.67*(10^(-8))*(T^4 - 300.15^4) + 30*(T - 1270.15)/(0.78/1000)

;

(%o1) 195000.00000000003 = 3.6855 10-8 (T4 - 8.116212154050504 109) +
38461.53846153846 (T - 1270.15)

→ solve ([195000.00000000003=3.6855-10^-8*(T^4-8.116212154050504-10^9)+38461.53846153846*(T-1270.15)],T),numer;

rat: replaced 195000.00000000003 by 195000/1 = 195000.0
rat: replaced -38461.53846153846 by -500000/13 = -38461.53846153846
rat: replaced -1270.15 by -25403/20 = -1270.15
rat: replaced -3.6855e-8 by -2462/66802333469 = -3.6855000000000074e-8
rat: replaced -8.116212154050505e9 by -803505003251/99 = -8.116212154050505e9
rat: replaced 195000.0 by 195000/1 = 195000.0
rat: replaced -38461.53846153846 by -500000/13 = -38461.53846153846
rat: replaced -1270.15 by -25403/20 = -1270.15
rat: replaced -3.6855000000000074e-8 by -2462/66802333469 = -3.6855000000000074e-8
rat: replaced -8.116212154050505e9 by -803505003251/99 = -8.116212154050505e9
rat: replaced -2.3262683701351498e-14 by -2/85974603174603 = -2.3262683701351498e-14
rat: replaced -1.0890817310880756e24 by -1089081731088075550883840/1 = -1.0890817310880756e24
rat: replaced 5.323263839362031e15 by 5323263839362031/1 = 5.323263839362031e15
rat: replaced -1.0890817310880756e24 by -1089081731088075550883840/1 = -1.0890817310880756e24
rat: replaced 5.323263839362031e15 by 5323263839362031/1 = 5.323263839362031e15
rat: replaced 3.021116454145795e47 by 302111645414579504115514275812234095875774742528/1 = 3.021116454145795e47
rat: replaced 8.582615297683108e7 by 114835392683/1338 = 8.58261529768311e7
(%o2) [T = -10536.954169876406 T = 1272.7136194140494] T =
4632.120275231178 - 8819.304950605047 %i, T = 8819.304950605047 %i
+ 4632.120275231178]
```

Fonte: elaborada pelos autores.



Verifica-se na Figura 2 quatro (04) soluções para a situação-problema: duas soluções reais e duas soluções imaginárias. É importante destacar que, devido às características físicas do problema, a única solução aplicável é $T_{p,s} \cong 1272,71362 \text{ K}$, visto que temperaturas negativas não são fisicamente possíveis na escala Kelvin, e a temperatura é uma variável real, não imaginária. Esse resultado, em comparação ao obtido pela solução convencional do método de Newton-Raphson, valida a utilização dessa metodologia.

Portanto, o WxMaxima mostrou-se eficiente na resolução da situação-problema analisada, facilitando o processo de visualização gráfica e interpretação dos dados e resultados, o que é fundamental para análise de problemas complexos na área fluido-térmica. Sua simplicidade e eficiência permitem sua aplicação na resolução de uma ampla gama de problemas de transferência de calor, abrangendo desde a manipulação simbólica de equações até a resolução numérica e visualização gráfica de soluções. Assim, essa ferramenta pode ser particularmente útil em aplicações acadêmicas e industriais na engenharia, oferecendo análise e modelagem eficazes de problemas térmicos de baixa e média complexidade, sem custo algum.

Método Computacional – Software LibreOffice Calc

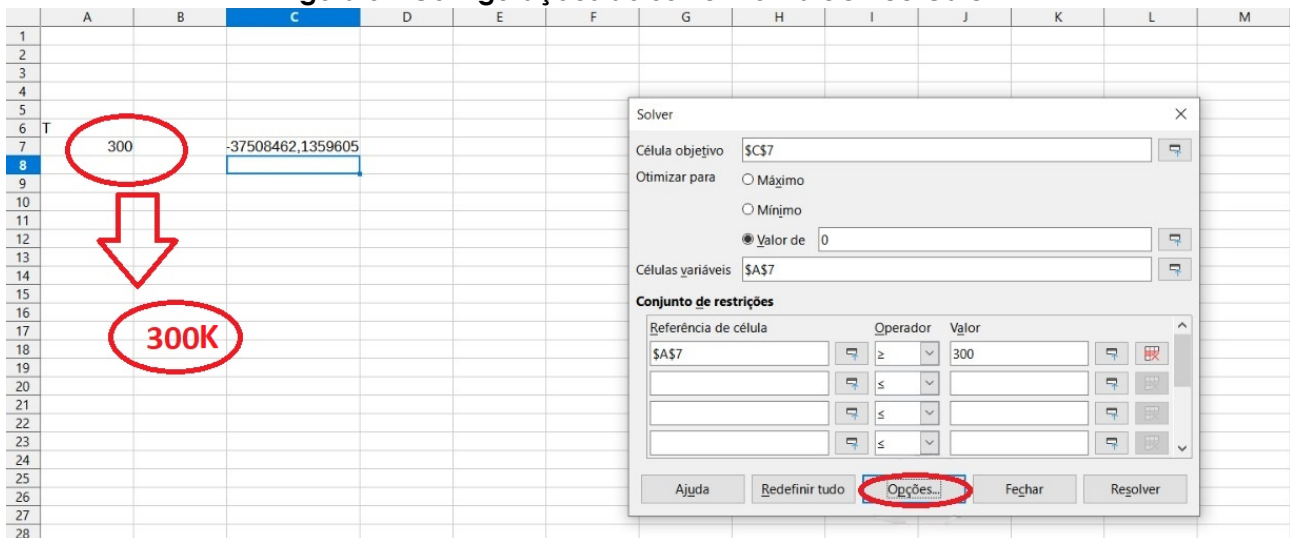
A próxima metodologia consiste na utilização do LibreOffice Calc, um software livre que se mostra eficaz na resolução numérica de equações lineares, não lineares e problemas de otimização. Além disso, opera em uma interface interdisciplinar com disciplinas das áreas de Matemática e Informática, destacando a importância e a aplicabilidade dos conceitos teóricos em situações reais.

Primeiramente, a equação governante, em sua forma apresentada na Equação (7), é inserida na interface do LibreOffice Calc, com a variável de interesse $T_{p,s}$ separada em uma célula distinta para ser definida e calculada; inicialmente é adotado o valor de 300 K. Em seguida, utiliza-se a ferramenta Solver para resolução da equação governante. O acesso a essa ferramenta no LibreOffice Calc é dado por meio da aba Ferramentas, item Solver.

Na interface do Solver seleciona-se o tipo de problema de otimização (de valor nulo), define-se a célula de destino (que contém a formulação da equação governante) e as células variáveis (que contêm a variável de interesse $T_{p,s}$, que será recalculada até a obtenção do valor nulo na equação governante). Na aba “opções”, é necessário selecionar o *DEPS Evolutionary Algorithm* (utilizado para a

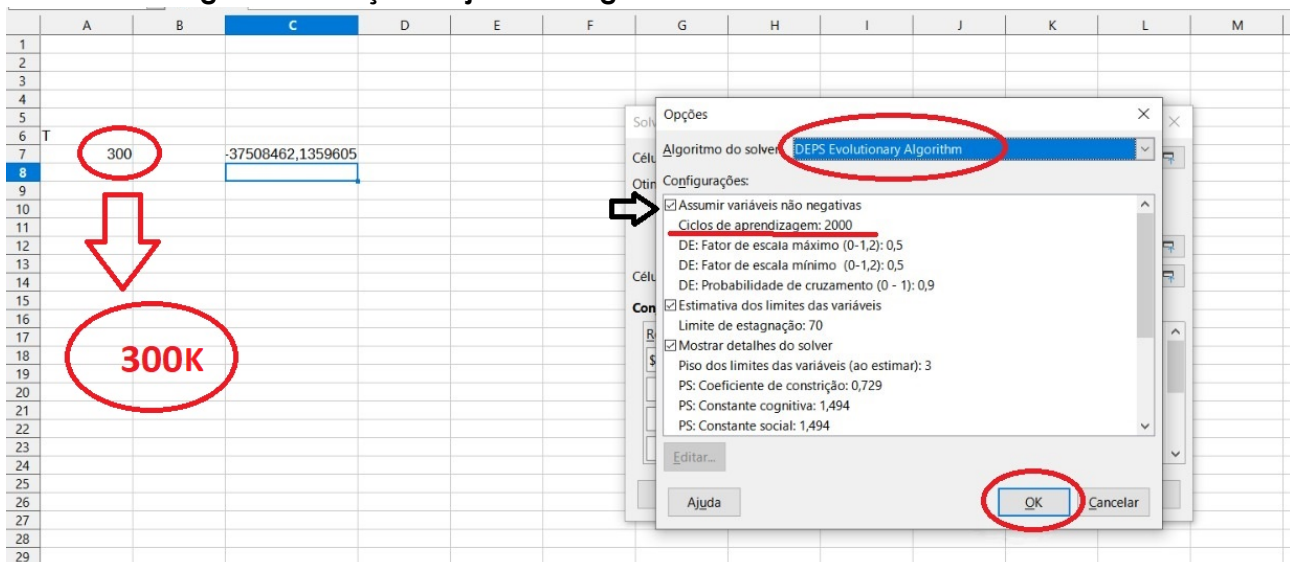
resolução de equações não lineares) e definir o número de ciclos de aprendizado (iterações) a serem realizados pelo algoritmo. As Figuras 3 a 6 ilustram o processo de configuração e resolução da Equação (7).

Figura 3 – Configurações do Solver no LibreOffice Calc



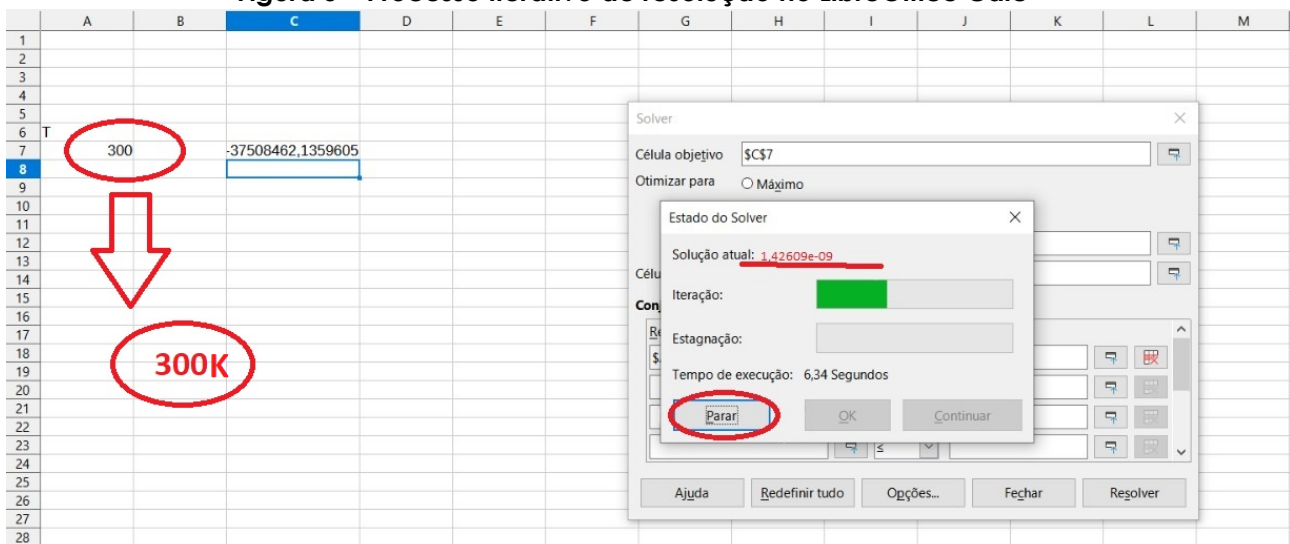
Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 4 – Seleção e ajuste do algoritmo do Solver no LibreOffice Calc



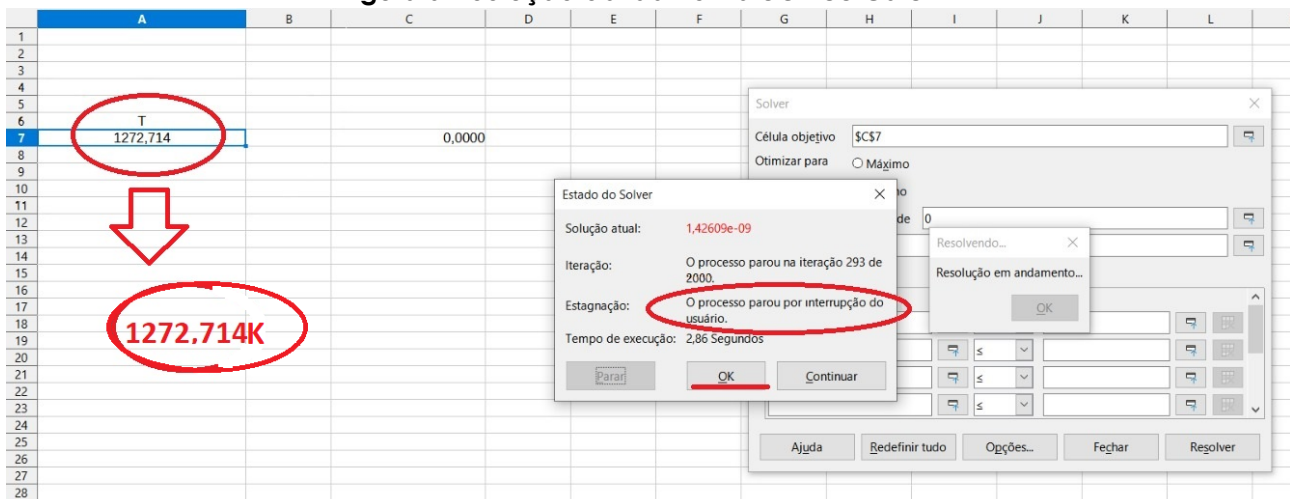
Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 5 – Processo iterativo de resolução no LibreOffice Calc



Fonte: elaborada pelos autores.

Figura 6 – Solução obtida no LibreOffice Calc



Fonte: elaborada pelos autores.

Da resolução do problema obtém-se $T_{p,s} = 1272,714 K$, que, em comparação à solução convencional obtida do método de Newton-Raphson, valida a utilização dessa metodologia. Isso demonstra a eficácia do LibreOffice Calc na resolução de equações complexas ao combinar técnicas avançadas de otimização com uma interface acessível, facilitando a aplicação prática de conceitos teóricos em diferentes áreas do conhecimento e garantindo acesso para toda a pluralidade da comunidade de ensino.

De forma análoga ao discutido anteriormente, o Google Sheets (GOOGLE LLC. Google Sheets. Versão 1.0) e o Microsoft Excel (MICROSOFT CORPORATION.



Microsoft Excel. Versão 16.0.) também poderiam ser utilizados como ferramentas numéricas para resolver a situação-problema.

O Google Sheets, ou Google Planilhas, utiliza um processo de solução semelhante ao apresentado anteriormente pelo LibreOffice Calc. Além de também ser uma ferramenta gratuita, destaca-se pela acessibilidade e pela capacidade de colaboração em tempo real, permitindo que vários usuários trabalhem simultaneamente na mesma planilha, inclusive remotamente.

Por sua vez, o Microsoft Excel oferece um processo de solução mais direto e simplificado, com solvers e algoritmos de solução mais robustos. Sua interface intuitiva e a integração com outras ferramentas do Office fazem dele uma escolha popular entre profissionais e estudantes, embora tenha a desvantagem de ser um software comercial.

Em resumo, o LibreOffice Calc, o Google Sheets e o Microsoft Excel são ferramentas numéricas de alta eficácia, com interfaces de usuário intuitivas e capacidade de fornecer soluções práticas e acessíveis para a resolução de uma ampla gama de problemas. A escolha entre essas três dependerá das preferências do usuário, do contexto de uso e das considerações de custo associadas (no caso do Microsoft Excel). No entanto, todas oferecem funcionalidades robustas para as aplicações de engenharia discutidas.

Método Computacional – Software GNU OCTAVE

O método seguinte envolve o uso do *software* GNU Octave (Versão 6.4., 2021) (EATON; BATEMAN; HAUBERG, 2021), uma ferramenta extremamente útil para estudantes, pesquisadores e profissionais de engenharia na resolução de problemas das mais diversas áreas da Ciência e da Engenharia. Isso se deve a sua capacidade de realizar cálculos numéricos complexos, visualizar e plotar dados, realizar análises estatísticas e facilitar o processo de modelagem de sistemas aplicados à engenharia.

No contexto da situação-problema estudada, o método de Newton-Raphson será aplicado utilizando o GNU Octave para resolver a equação governante, que é uma equação polinomial de quarto grau. O processo de escrita do *script* e a solução são ilustrados na Figura 7, destacando-se o uso da função '*roots*' para calcular a raiz real positiva da equação polinomial analisada. Há um cuidado especial no ajuste adequado dos parâmetros numéricos do processo de solução – estimativa inicial, tolerância e número máximo de iterações – para garantir a



acuracidade e velocidade de convergência do método, além de prevenir loops infinitos em casos de não convergência de solução.

Figura 7 – Interface e processo de solução do GNU Octave

```

OctaveOnline
Vars
# ans
# initial_guess
# max_iter
# root
# tol
octave:1> function T = newton_raphson_quartic(initial_guess, tol, max_iter)
% initial_guess: Initial guess for the root
% tol: Tolerance for convergence
% max_iter: Maximum number of iterations

% Coefficients and constants
a1 = 0.05 * 5.67e-8;
T_ref = 300.15;
const1 = a1 * T_ref^4;
b1 = 30 / (0.78 / 1000);
c1 = 0.05 * 3 * 10^5;
T_target = 1270.15;

T = initial_guess;
for i = 1:max_iter
% Calculate the value of the function f(T)
f_T = a1 * T^4 - const1 + b1 * (T - T_target) - c1;

% Calculate the derivative f'(T)
f_prime_T = 4 * a1 * T^3 + b1;

% Update the guess
T_new = T - f_T / f_prime_T;

% Check for convergence
if abs(T_new - T) < tol
T = T_new;
fprintf('Converged to %f after %d iterations.\n', T, i);
return;
end

T = T_new;
end

```

```

% Initial guess, tolerance, and maximum iterations
initial_guess = 1300; % You can adjust this guess
tol = 1e-6;
max_iter = 100;

% Call the Newton-Raphson function
root = newton_raphson_quartic(initial_guess, tol, max_iter);

fprintf('The root is approximately %f\n', root);

Converged to 1272.713619 after 3 iterations.
The root is approximately 1272.713619

```

Fonte: elaborada pelos autores.

Obtém a solução $T_{p,s} = 1272,713619 K$, que valida a utilização dessa metodologia em comparação ao resultado obtido pelo método numérico clássico.

Dessa forma, tem-se que o GNU Octave é uma ferramenta numérica robusta, de alta exatidão e eficiência para o estudo de problemas aplicados de engenharia, de média e alta complexidade, para estudantes, profissionais e docentes, especialmente na área de Transferência de Calor. Destaca-se também, de forma semelhante aos métodos anteriores, sua interdisciplinaridade e sinergia com as áreas de Matemática e Computação. Sua limitação está relacionada a maior complexidade de utilização da ferramenta e a uma curva de aprendizagem mais íngreme.

Método Computacional – Site WolframAlpha

Esta ferramenta numérica envolve a resolução da Equação (7) usando a versão gratuita do site WolframAlpha, acessível sem a necessidade de registro de usuário ou instalação de software. Além disso, pode ser acessada diretamente por aplicativos de telemóveis. O WolframAlpha é reconhecido por sua robustez computacional e por uma interface intuitiva, oferecendo a opção de mostrar o procedimento completo de solução passo a passo em suas versões pagas. A



metodologia de resolução de equações não-lineares por meio do WolframAlpha consiste em aplicar técnicas de álgebra computacional para transformar a equação em uma forma padrão, em que a equação é expressa em termos de uma única variável com coeficientes conhecidos (WOLFRAM ALPHA LLC., 2024). A Figura 8 ilustra esse processo de solução.

Figura 8 – Solução por meio do site WolframAlpha



Fonte: elaborada pelos autores.

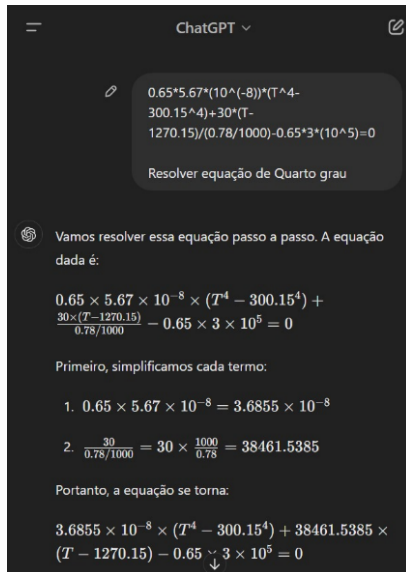
Por meio do *site* WolframAlpha (Figura 8), obtém-se a solução $T_{p,s} = 1272,71 K$, que valida a utilização dessa metodologia em comparação com os resultados anteriores do método de Newton-Raphson. Essa abordagem, similar ao *software* WxMaxima, identifica as quatro diferentes raízes e proporciona uma análise gráfica da solução, facilitando a compreensão do problema e auxiliando na tomada de decisões. Dessa forma, essa ferramenta numérica se destaca pela extrema simplicidade, exatidão e pelo adicional da análise gráfica fornecida, sendo também uma opção viável para uso educacional em sua versão paga.

Método Computacional – ChatGPT

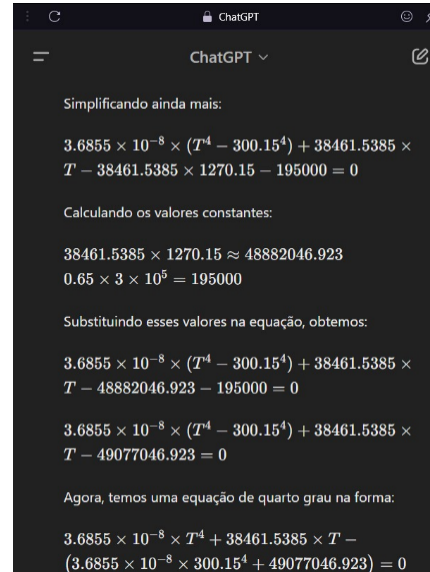
No advento da Inteligência Artificial (IA), o ChatGPT (OpenAI, 2023) emergiu como uma ferramenta valiosa não apenas para diversas áreas da Ciência e Engenharia, mas também para uma ampla gama de públicos, desde estudantes até profissionais. Suas aplicações e funcionalidades estão em constante evolução e ainda estão sendo exploradas, mas, neste trabalho, sua utilização como método numérico para a resolução de equações não lineares foi avaliada. A Figura 9 ilustra o processo de solução da situação-problema em análise.



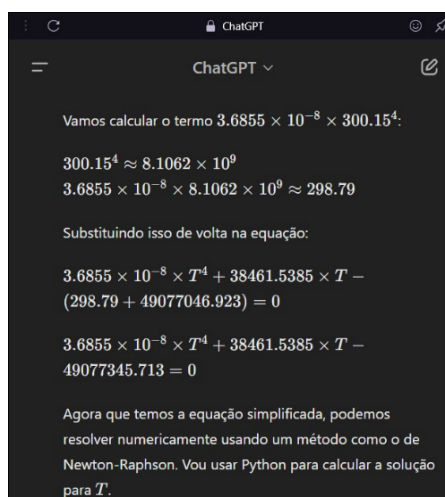
Figura 9 – Solução por meio do ChatGPT



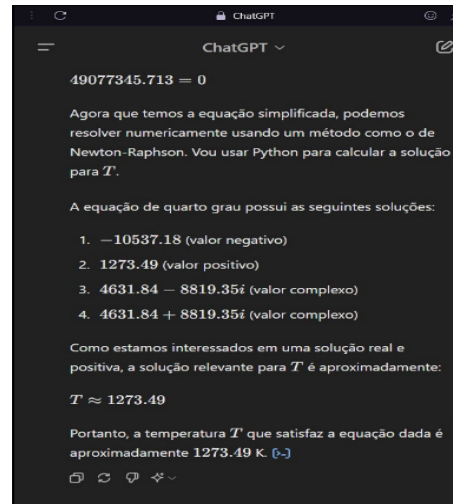
(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: elaborada pelos autores.

A solução obtida foi $T_{p,s} = 1273,49 \text{ K}$, ligeiramente distante do valor obtido pela formulação clássica do método de Newton-Raphson, mas com acuracidade suficiente para validar a utilização dessa metodologia para o problema em análise.

A principal vantagem dessa ferramenta em relação às demais está no fornecimento de explicações detalhadas sobre o processo de solução do problema. O estudante pode interagir diretamente com a ferramenta para fazer consultas, esclarecer dúvidas e solicitar exemplos mais ilustrativos, abrangendo desde conceitos fundamentais de Matemática e Programação até aspectos específicos da área de Transferência de Calor.



Embora esse tipo de ferramenta ainda esteja bastante limitado, espera-se que no futuro possa revolucionar o cenário do ensino-aprendizagem e até mesmo da área profissional. Na área específica de Transferência de Calor, prevê-se que a IA possa não apenas auxiliar, mas também guiar os estudantes passo a passo na resolução de problemas. Isso inclui ajudá-los na seleção de equações, aplicação de conceitos físicos, execução de cálculos, desenvolvimento de rotinas de programação entre outras habilidades. Além disso, poderá revisar e corrigir processos realizados, identificando erros comuns e sugerindo correções, o que beneficiaria significativamente o processo de ensino-aprendizagem ao motivar os alunos e facilitar o trabalho dos professores.

Em resumo, o ChatGPT (OpenAI, 2023) possui um potencial futuro significativo na área educacional, no qual poderá auxiliar os estudantes na análise crítica de problemas, exploração de diversas abordagens de resolução, promovendo um aprendizado mais profundo, diversificado e aplicado, alinhado à evolução tecnológica da década atual.

Método Computacional – Softwares CFD

O método final de solução da situação-problema analisada é a realização de simulações numéricas computacionais utilizando metodologias e *softwares* especializados em fluidodinâmica computacional (CFD). Embora sejam métodos de grande complexidade, conforme destacado por Silva, Oliveira e Filho (2020), eles melhoram significativamente a compreensão dos fenômenos térmicos ao permitir a visualização detalhada e a análise de processos complexos que métodos analíticos tradicionais têm dificuldade ou não conseguem abordar. Dessa forma, a utilização de *softwares* de CFD possibilita simular uma ampla variedade de cenários e condições operacionais, proporcionando uma compreensão profunda dos princípios da transferência de calor e dos efeitos das variações nos parâmetros de entrada.

Para os objetivos deste trabalho, destaca-se a utilização do *software* livre e de código aberto OpenFOAM, uma ferramenta robusta e amplamente utilizada no campo da CFD para análise de transferência de calor e termodinâmica. O OpenFOAM (THE OPENFOAM FOUNDATION. OpenFOAM User Guide. Versão 9. 2021) oferece uma flexibilidade excepcional, permitindo que os usuários adaptem *solvers* existentes ou desenvolvam novos de acordo com suas necessidades específicas. Nesse contexto, destacam-se os estudos de Silva *et al.* (2021), Verderio Junior *et al.* (2021a), Verderio Junior *et al.* (2021b), Verderio Junior *et al.* (2021c), Verderio Junior



et al. (2021d), Verderio Junior et al. (2022a), Verderio Junior et al. (2022b), Verderio Junior et al. (2023) e Verderio Junior et al. (2024), que utilizaram o OpenFOAM no estudo da transferência de calor em aplicações práticas de Engenharia Mecânica.

Para trabalhos futuros, sugere-se a modelagem da situação-problema em análise utilizando o *software* OpenFOAM, seguida de uma análise e discussão dos resultados obtidos em comparação com as metodologias apresentadas neste estudo.

Análise quantitativa comparativa dos métodos

Após a análise e discussão das diferentes metodologias aplicáveis à resolução da situação-problema, foi realizada uma comparação do grau de acuracidade dessas metodologias em relação à formulação clássica do método numérico de Newton-Raphson. A Tabela 2 ilustra os resultados calculados.

Tabela 2 – Exatidão relativa dos métodos analisados

Método/Ferramenta Numérica	Solução – $T_{p,s}$ [K]	Erro Relativo
Newton-Raphson	1272,713619	–
WxMaxima	1272,71362	0,00000007857%
LibreOffice Calc	1272,714	0,00002994%
GNU Octave	1272,713619	~ 0%
WolframAlpha	1272,71	0,0002844%
ChatGPT	1273,49	0,0610%

Fonte: elaborada pelos autores.

Com base no parâmetro de erro relativo e nas discussões anteriores, conclui-se que todas as metodologias apresentadas são praticamente equivalentes na obtenção da solução $T_{p,s}$. Elas demonstram ser eficazes e altamente confiáveis no processo de resolução do problema, diferenciando-se principalmente em seus processos de modelagem, grau de complexidade, aspectos adicionais, curva de aprendizagem do usuário entre outros fatores.

A ferramenta de resolução por meio do ChatGPT apresentou o maior erro relativo entre todas as analisadas, embora ainda seja extremamente baixo (da ordem de menos de 0,1%); logo, irrelevante para a exatidão do método. Destaca-se também que se trata de uma ferramenta de IA recém-lançada, com expectativa de grande evolução e aprimoramento em um curto prazo.



CONCLUSÕES

O presente trabalho estudou a aplicação de diversas metodologias e ferramentas computacionais na resolução de problemas práticos de transferência de calor, com potencial para serem aplicadas em diferentes áreas do conhecimento nas Ciências e na Engenharia. As metodologias foram validadas com excelente exatidão, utilizando como referência os resultados obtidos pela metodologia numérica clássica do método de Newton-Raphson.

A utilização exclusiva de ferramentas computacionais livres (gratuitas) na construção deste trabalho segue a tendência mundial de pesquisa em diversas áreas do conhecimento. O objetivo principal foi demonstrar caminhos para o desenvolvimento e implementação de metodologias de ensino e de pesquisa em condições de restrições orçamentárias e escassez de investimentos. Essas limitações estão se tornando mais comuns e provavelmente aumentarão nos próximos anos, tornando essencial que professores e pesquisadores busquem alternativas viáveis para superar tais desafios sem comprometer a qualidade do ensino-aprendizagem e da pesquisa.

O uso de *softwares* que não requerem investimentos financeiros não apenas democratiza o acesso ao conhecimento, mas também estimula a criatividade e a inovação na resolução de problemas complexos. Além disso, essas ferramentas promovem a inclusão ao permitir que uma ampla gama de indivíduos tenha acesso aos recursos necessários para aprender e contribuir para o avanço do conhecimento.

Especialmente na área de Transferência de Calor, conhecida pelos alunos por sua complexidade e excessos de formalismo conceitual físico-matemático, as metodologias alternativas computacionais apresentadas podem diversificar e aprimorar significativamente o processo educacional. É esperado que essas ferramentas impactem positivamente no nível acadêmico e profissional dos alunos, estimulando o desenvolvimento de habilidades práticas e teóricas em um ambiente acessível e colaborativo.

As metodologias discutidas, combinadas com abordagens inovadoras de ensino-aprendizagem, como Aprendizagem Baseada em Projetos, Aprendizagem Baseada em Problemas, Sala de Aula Invertida, Aprendizagem Baseada em Competências, Gamificação, Aprendizagem Experiencial, entre outras, ampliam os métodos educacionais tradicionais. Elas promovem uma aprendizagem mais eficaz, significativa e engajadora, ao mesmo tempo em que facilitam a transmissão



eficaz do conteúdo e atendem às exigências do mercado por profissionais com uma formação sólida e integrada.

Em conclusão, a adoção de metodologias computacionais construídas exclusivamente com ferramentas livres e tecnológicas para o ensino de transferência de calor representa uma abordagem poderosa capaz de revolucionar o cenário educacional. Ao oferecer recursos acessíveis e eficazes, essas ferramentas não apenas facilitam o aprendizado, mas também promovem o desenvolvimento de profissionais mais preparados e adaptáveis às exigências do mercado moderno. Espera-se, assim, que a Educação em Engenharia se torne mais inclusiva, dinâmica e alinhada com as necessidades tecnológicas e econômicas da sociedade contemporânea.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. F.; SANTOS, M. R. Métodos ativos de aprendizagem e o Ensino de Engenharia. **Revista Brasileira de Educação em Engenharia**, v. 29, n. 2, p. 20-30, 2023.
- CARVALHO, H. R. A.; PEREIRA, E. A.; SILVA, Joaquim S. **A importância da inovação no ensino de engenharia**. **Revista Brasileira de Educação em Engenharia**, v. 30, n. 1, p. 1-10, 2024.
- COSTA, H. B.; MELO, J. F. Educação e inovação: um estudo de caso na engenharia. **Revista Brasileira de Educação em Engenharia**, v. 27, n. 2, p. 35-45, 2021.
- ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Transferência de Calor e Massa** – Uma abordagem prática. Porto Alegre: AMGH, 2012.
- DA SILVA, J. P. et al. Desenvolvimento de um software para ensino e simulação de transferência de calor em tempo real. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 40, 2021.
- EATON, J. W.; BATEMAN, D.; HAUBERG, S. **GNU Octave: A high-level interactive language for numerical computations**. Versão 6.4. 2021. Disponível em: <<https://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/>>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- GOMES, P. T.; FERREIRA, A. L. Avaliação do impacto de tecnologias digitais no aprendizado. **Revista Brasileira de Educação em Engenharia**, v. 31, n. 3, p. 45-55, 2024.
- GOOGLE LLC. **Google Sheets. Versão 1.0. Mountain View, CA: Google, 2024**. Disponível em: <https://www.google.com/sheets>. Acesso em: 8 jul. 2024.
- INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- KREITH, F. Heat transfer. In: KREITH, F.; BOHN, M. S. **Principles of heat transfer**. 6. ed. New York: Brooks/Cole, p. 1-30, 2001.
- MARTINS, R. C.; SOUSA, D. P. A integração de práticas sustentáveis no currículo de engenharia. **Revista Brasileira de Educação em Engenharia**, v. 26, n. 3, p. 50-60, 2020.



- MICROSOFT CORPORATION. **Microsoft Excel. Versão 16.0.** Redmond, WA: Microsoft, 2024.
- OpenAI. (2023). **ChatGPT (Mar 14 version) [Português]**. <https://chat.openai.com/chat> .
- OZISIK, M. N. Boundary layer heat transfer with transpiration cooling. **International Journal of Heat and Mass Transfer, New York**, v. 5, n. 1, p. 22-27, jan. 1962.
- SILVA, M.; OLIVEIRA, G.; FILHO, R. Plataforma computacional para análise da Transferência de calor bidimensional. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 39, p. 390-399, 2020.
- SILVA, V. R. et al. Study and validation of meshes in turbulent isothermal problems of natural convection in flat plates. **Revista de Engenharia Térmica**, v. 20, n. 2, p. 33-40, 2021.
- SILVA, C. M.; ROCHA, F. N. Estratégias de ensino híbrido na formação de engenheiros. **Revista Brasileira de Educação em Engenharia**, v. 28, n. 4, p. 75-85, 2022.
- THE DOCUMENT FOUNDATION. **LibreOffice Calc: O guia oficial.** Versão 7.1. 2021. Disponível em: <<https://documentation.libreoffice.org/assets/Uploads/Documentation/pt/CG7.1/CG71-Calc.pdf>>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- THE OPENFOAM FOUNDATION. **OpenFOAM User Guide.** Versão 9. 2021. Disponível em: <<https://www.openfoam.com/documentation/user-guide>>. Acesso em: 15 jun. 2024.
- VERDÉRIO JÚNIOR, S. A. et al. Physical–numerical parameters in turbulent simulations of natural convection on three-dimensional square plates. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v. 32, n. 2, p. 761-784, 2021a.
- VERDÉRIO JÚNIOR, S. A.; SCALON, V. L.; DEL RIO OLIVEIRA, S. Physical–numerical parameters in laminar simulations of natural convection on three-dimensional square plates. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v. 32, n. 6, p. 2027-2046, 2021b.
- VERDÉRIO JUNIOR, S. A. et al. Dimensionless physical-mathematical modeling of turbulent natural convection. **Revista de Engenharia Térmica**, v. 20, n. 3, p. 37-43, 2021c.
- VERDÉRIO JÚNIOR, S. A. et al. Experimental methodology for the study of natural convection on flat and corrugated plates. **Revista de Engenharia Térmica**, v. 20, n. 4, p. 36-44, 2021d.
- VERDERIO JUNIOR, S. A. et al. Natural convection on corrugated plates: a numerical case study about meshes, boundary conditions and physical domain determination. **Revista de Engenharia Térmica**, v. 21, n. 2, p. 3-12, 2022a.
- VERDÉRIO JÚNIOR, S. A. et al. Parametric height influence analysis on thermal radiation and convection applied to real ovens. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: **Journal of Process Mechanical Engineering**, v. 236, n. 2, p. 267-280, 2022b.
- VERDÉRIO JÚNIOR, S. A. et al. Numerical and experimental study of natural convection heat transfer on flat and corrugated plates. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v. 33, n. 9, p. 3286-3307, 2023.
- VERDÉRIO JÚNIOR, S. A.; COELHO, P. J.; SCALON, V. L. Numerical investigation of three-dimensional natural convection heat transfer on corrugated plates of variable height. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v. 34, n. 4, p. 1858-1883, 2024.
- VERTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method.** London: Editora Pearson, 2007.



WOLFRAM ALPHA LLC. **WolframAlpha: Computational Intelligence**. 2024. Disponível em: <<https://www.wolframalpha.com/>>. Acesso em: 15 jun. 2024.

WxMaxima. **WxMaxima Documentation**. 2024. Disponível em: <<http://wxmaxima.sourceforge.net/>>. Acesso em: 15 jun. 2024.

YUAN, X.; MOSER, A.; SUTER, P. Wall functions for numerical simulation of turbulent natural convection along vertical plates. **International journal of heat and mass transfer**, v. 36, n. 18, p. 4477-4485, 1993.