O POTENCIAL DA PONTE DE WHEATSTONE PARA A PRODUÇÃO DE CONHECIMENTOS EM SISTEMAS LINEARES: UMA SITUAÇÃO DIDÁTICA

DOI: 10.15552/2236-0158/abenge.v34n2p61-69

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza,[1] Sotério Ferreira de Souza[2]

RESUMO

Sistemas lineares integram diferentes conteúdos do Ensino Superior e constituem importante ferramenta descritiva e de decisão em diferentes situações nas engenharias. Após diagnóstico de compreensão limitada e mecanizada desse tópico matemático em estudantes de Engenharia, buscou-se verificar o potencial de uma situação didática, à luz dos pressupostos teóricos de Brousseau, que favorecesse o aprofundamento dos significados de sistemas lineares de 40 estudantes de Engenharia, possibilitando seus usos com maior autonomia em contextos científicos e profissionais. Para isso, foi proposto o estudo qualitativo do fluxo de corrente em uma Ponte de Wheatstone, da qual emergiu um sistema linear estudado e interpretado pelos estudantes. O estudo revelou que todos os sujeitos produziram os significados escolares esperados para o que seja um sistema linear e seus usos, tornando-se, assim, uma situação didática potencial para os objetivos perseguidos.

Palavras-chave: Sistemas lineares; Ponte de Wheatstone; situação didática; produção de significados.

ABSTRACT

THE POTENTIAL OF THE WHEATSTONE BRIDGE FOR THE PRODUCTION OF KNOWLEDGE IN LINEAR SYSTEMS: A DIDACTIC SITUATION

Linear systems integrate different content from the Higher Education and provide important descriptive and decision tool in different situations in Engineering. After diagnosis of limited and mechanized mathematical understanding of this topic in engineering students, we sought to investigate the potential of a didactic situation in light of the theoretical assumptions of Brousseau, favoring the deepening of the meanings of linear systems of 40 engineering students, allowing their uses with greater autonomy in scientific and professional contexts. For this, the qualitative study of current flow in a Wheatstone Bridge, which emerged a linear system studied and interpreted by the students has been proposed. The study revealed that all subjects produced the expected meanings for the school that is a linear system and their uses, thereby making it a potential didactic situation for the goals pursued.

Keywords: Linear systems; Wheatstone Bridge; didactic situation; production of meanings.

1 Instituto Federal do Espírito Santo; mariaalice@ifes.edu.br; alicevfs@hotmail.com
2 Universidade Federal do Espírito Santo (UFES); soterio.souza@hotmail.com

O PROBLEMA

Sistemas lineares são requeridos para a solução de diferentes problemas profissionais e científicos, especialmente nas engenharias. A constatação de baixa produção de conhecimentos por esses estudantes nesse conteúdo escolar, relatado por Souza e Simmer (2013) e por Souza (2013), e a abrangência de seus usos justificam apoio de investigadores da Educação Matemática que subsidiem a prática docente nesses âmbitos.

Um diferencial para esse contexto educacional pode ser o planejamento e a execução de uma situação de aprendizagem traduzida em uma situação-problema, como motivo para a (re)construção ou mesmo a aquisição de conceitos matemáticos. Isso porque a configuração de didáticas de ensino nesses moldes pode mobilizar estratégias e conhecimentos já apreendidos pelos sujeitos, a favor de uma (re)organização cognitiva que lhes promova formação de sentido que vá além do mecanizado, como os apresentados nas pesquisas de Souza e Simmer (2013).

Essa é a proposta da Didática da Matemática francesa como apoio teórico, na teoria de Brousseau (1996; 1997; 1998) – Situações Didáticas –, autor eleito não aleatoriamente, mas, sobretudo, por defender o uso de situações-problema como meio de aprendizagem, em um projeto que leve o aluno à ação, à busca de soluções de problemas e à tomada de decisão, circunstâncias presentes no cotidiano profissional de engenheiros.

Com isso em mente e baseados nos pressupostos antes apresentados, propusemos **verificar o potencial de uma situação didática que envolva a Ponte de Wheatstone em uma problemática que possibilite a (re)construção ou o alargamento do conhecimento acerca de sistemas lineares, para além de uma perspectiva mecanizada em cálculos desligados de seus respectivos sentidos**. A Ponte de Wheatstone foi selecionada por se tratar de estudantes da Engenharia Elétrica, e, assim sendo, como possível via para a motivação desses sujeitos para o estudo sobre sistemas lineares no âmbito da disciplina de Álgebra Linear, ministrada no segundo período letivo das engenharias de uma instituição de ensino superior brasileira. Destaca-se que essa mesma sistemática poderia ser aplicada no âmbito do Ensino Médio, após algumas aulas de Eletricidade, normalmente estudada na disciplina de Física.

APOIO TEORICO

A Didática da Matemática pode ser entendida como a área da ciência que estuda o processo de transmissão e aquisição de conteúdos escolares em todos os níveis de ensino (DOUADY, 1985). Preocupa-se com a técnica orientadora do ensino adotada pelo docente, de modo que seus alunos alcancem os objetivos educacionais para algum tópico ou tema específico de uma disciplina escolar.

Brousseau (1996; 1998) defendeu que a Didática da Matemática deveria se debruçar sobre as tarefas didáticas, visando promover os saberes matemáticos de estudantes, e, nessa perspectiva, contribuiu para o surgimento da Teoria das Situações Didáticas, principal apoio teórico de nosso trabalho. Nesse olhar, Brousseau buscava explicar conceitos e teorias matemáticas, bem como a previsão e a análise de tarefas didáticas e do comportamento cognitivo dos alunos nesse ínterim, sob a óptica de Piaget (1976; 1990; 1998). Brousseau buscou, na psicogenética de Piaget, suporte teórico para explicar a ocorrência da aprendizagem humana em meio às situações didáticas, a partir dos conceitos de "adaptação", "assimilação" e "equilibração", presentes nas etapas de "[...] selecionar, antecipar, executar e controlar as estratégias que aplica à resolução do problema formulado pela sequência didática" (GÁLVEZ, 1996, p. 32).

No construtivismo de Piaget (1976; 1990; 1998), a figura do professor não se conforma à do mero expositor de conteúdos, tornando-se, ao contrário, um profissional mais flexível, que intervém, sempre que necessário, estimulando a espontaneidade ativa do sujeito aprendente. O desenvolvimento cognitivo dos alunos, assim, não ocorre por acúmulo de conteúdos, mas por uma organização e reorganização mentais. Nessa direção, Brousseau viu as situações didáticas como estratégias que valorizam a investigação individual, o trabalho em grupo, as atividades e experiências compatíveis com o nível de desenvolvimento do aprendiz, de modos mais desafiantes.

Sendo assim, uma escola que se norteia por pressupostos de uma situação didática que, por sua vez, se apoia nos princípios construtivistas piagetianos, requer de seus professores a criação de situações nas quais os aprendizes tenham interesse e possam operar ativamente os conceitos, mediante a provocação dialética entre desequilíbrios e novos equilíbrios na busca da compreensão matemática. Nas palavras de Piaget (1998, p. 17), "compreender é inventar, ou reconstruir através da reinvenção".

A Didática da Matemática debruça-se sobre o estudo de técnicas que orientem a aprendizagem, além de investigar as condições nas quais são constituídos os conhecimentos. Esse foi o pano de fundo no qual Brousseau (1996; 1997; 1998) se apoiou para a elaboração da Teoria das Situações Didáticas, além de contar com uma perspectiva construtivista piagetiana. Nos ensinamentos de Brousseau (1996, p. 50), uma situação didática é "o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, certo *milieu* [...] e um sistema educativo (o professor) para que seus alunos adquiram um saber constituído ou em vias de constituição". A situação didática compreende, no nosso caso, o uso do recurso (*milieu*) de uma situação-problema que permita ao aluno progredir em seus conhecimentos sobre sistemas lineares não só na academia, mas, para além dela, em situações adidáticas – ou seja, em situações que façam emergir conhecimentos aplicados autonomamente fora do contexto de ensino formal e em condições não intencionais (Brousseau, 1996, p. 49-50), como os contextos profissionais das engenharias, por exemplo.

O planejamento e a execução de uma situação de aprendizagem traduzida em uma situação-problema, como motivo para a (re)construção ou mesmo a aquisição de conceitos matemáticos, podem mobilizar estratégias e conhecimentos já apreendidos pelos sujeitos, a favor de uma (re)organização cognitiva que lhes promova formação de sentido que vá além do formal e mecanizado.

A investigação de Souza e Simmer (2013) revelou os sentidos dados por duzentos estudantes de Engenharia para o que sejam equações lineares e sistemas lineares. Pelo lado das compreensões do que seja uma equação linear, esses estudantes souberam apresentar, no máximo, significados baseados na expressão analítica ("F(x) = ax + b"; "é elevado a um") ou de modo incompreensível ("não tem número elevado a outro").

Pelo lado das compreensões do que sejam sistemas lineares, 24% responderam corretamente ("sistema formado por duas ou mais equações lineares"). É possível concluir que esses alunos, apesar de compreenderem sistemas lineares de maneira limitada, conseguem perceber que um sistema linear é formado por duas ou mais equações lineares. Resta saber se eles inferem daí que um sistema é constituído por deduções na forma de equações emersas de um mesmo fenômeno ou situação. A pesquisa de Souza e Simmer (2013) dá indícios de que as compreensões desses estudantes são reduzidas ao pouco que declararam e ao que apresentaram quando resolveram sistemas lineares, uma vez que muitos souberam resolver, mas poucos interpretaram seus resultados, o que, possivelmente, não os levaria a aplicar esse instrumento matemático em circunstâncias em que seria útil.

O que a escola objetiva que seus alunos alcancem no estudo de sistemas lineares é que se tornem capazes de formular equações a partir de determinado contexto que possa ser assim traduzido, para além de cálculos matemáticos, tais como, aliás, os sugeridos por Poole (2004), Anton (2001), Carlen e Carvalho (2009) e tantos outros autores da área de Álgebra Linear. Eis o desafio da situação didática aqui proposta e que ora submetemos à verificação de seu potencial didático ao lado do apoio teórico de Novak (1981), pelo lado humanista do que se convencionou chamar de aprendizagem significativa.

Novak (1981) defende haver certa interdependência entre aluno, professor, conhecimento, contexto e avaliação, que, reunidos e devidamente sintonizados, podem favorecer a aprendizagem significativa, entendida como uma interação cognitiva entre elementos integrantes da estrutura cognitiva da pessoa (subsunçores) e o novo conhecimento potencialmente significativo. Esses aspectos educacionais, se bem orquestrados, podem proporcionar predisposição para a aprendizagem, ao promoverem sentimentos, pensamentos e ações que motivem os alunos ao que Novak chamou de "engrandecimento humano".

É possível que as situações didáticas suscitem a integração defendida por Novak e que gerem nos participantes as perspectivas humanísticas que interferem sobre os objetivos do ensino e, igualmente, será objeto de análise neste trabalho.

MÉTODO

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, entendida tal como proposto por Lüdke e André (1986, p. 11-13), ao contar com o contato direto e prolongado da pesquisadora no dia a dia escolar e na situação sob investigação, obtendo-se, daí, dados descritivos.

Participaram da investigação quarenta estudantes do segundo período da Engenharia Elétrica de uma instituição federal de ensino brasileira, uma professora-pesquisadora de Educação Matemática da mesma instituição e um pesquisador engenheiro eletricista. Os estudantes já haviam estudado sistemas lineares em anos escolares anteriores e apresentavam conhecimentos mecanizados sobre sistemas lineares, tais como, aliás, os relatados por Souza e Simmer (2013) e Souza (2013), fato verificado previamente à aplicação da situação didática.

A situação didática foi planejada e elaborada pela professora-pesquisadora em conjunto com o engenheiro eletricista, e aplicada em sala de aula apenas pela primeira. O engenheiro eletricista era requerido, em momentos extraclasse, sempre que os estudantes necessitavam de algum esclarecimento acerca de aspectos teórico-práticos da eletricidade. Para essa aplicação, os alunos deveriam conhecer a lei da conservação do fluxo e a construção de uma Ponte de Wheatstone, da qual emergiria a necessidade de construção, manipulação e uso de um sistema linear, o que foi realizado em laboratório de elétrica, disponibilizado por um professor da mesma instituição, em horário diverso ao de aula de Álgebra Linear.

O planejamento e a aplicação da situação didática contou com as seguintes atividades/etapas: **1**- estudo da lei da conservação do fluxo; **2**- estudo e construção de uma Ponte de Wheatstone; **3**- apresentação da situação-problema: modelar matematicamente o fluxo de corrente em um circuito elétrico e interpretá-lo; **4**- apresentação pelos estudantes de seus avanços e constrangimentos acerca das etapas anteriores; **5**- busca constante de informações necessárias para o cumprimento das etapas 1, 2 e 3; **6**- elaboração de conclusões e generalizações sobre a modelagem matemática de quaisquer fluxos em circuitos elétricos; **7**- formulação de hipóteses para esse e outros problemas que envolvam sistemas lineares dentro e fora das engenharias; **8**- avaliação das atividades pelos estudantes.

As atividades não foram sempre sequencialmente desenvolvidas. Na prática, elas ocorreram segundo os avanços cognitivos dos estudantes, em um constante ir e vir.

APLICAÇÃO DA SITUAÇÃO DIDÁTICA

De início, como dissemos, foram verificados pela professora-pesquisadora o conceito de sistemas lineares e a interpretação dos resultados alcançados no cálculo matemático, por meio de exercícios semelhantes aos que Souza e Simmer (2013) aplicaram em suas investigações. Em seguida, foi realizada breve explicação sobre o que seja a lei da conservação do fluxo e a Ponte de Wheatstone. Na mesma aula, a professora-pesquisadora pediu que os estudantes buscassem mais informações sobre esses dois temas, por ser indicado que se tornassem mais autônomos e ativos no processo de aprendizagem. A turma foi dividida em grupos de dois e três estudantes.

A aula seguinte foi marcada para apresentação dos grupos acerca do que haviam pesquisado sobre os dois temas encomendados na aula anterior (a lei da conservação do fluxo e a Ponte de Wheatstone). Os protocolos dos alunos pareciam mostrar que haviam compreendido seus pontos principais, ao serem questionados sobre o que seria uma Ponte de Wheatstone e a lei da conservação do fluxo, e, ainda, onde esses temas poderiam ser aplicados. Para isso, deveriam trazer discussões sobre a primeira lei de Kirchhoff, a lei dos nós, a lei de Ohm, etc., o que não foi mencionado na primeira aula e, assim, o fizeram.

Ultrapassada a etapa de compreensão da situação didática, foi lançado o desafio, qual seja: modelar matematicamente o fluxo de corrente em um circuito elétrico por eles construído e interpretá-lo. Para isso, o laboratório de elétrica foi disponibilizado por um professor da instituição de ensino, ao qual foi solicitado não ajudar os alunos em suas tarefas, uma vez que, caso necessitassem, deveriam procurar o pesquisador engenheiro eletricista e idealizador, em conjunto com a professora-pesquisadora, da situação didática, e assim foi feito, lembrando que as idas ao laboratório ocorriam em momentos fora dos horários de aulas de Álgebra Linear.

As seis aulas seguintes, de cinquenta minutos, de Álgebra Linear foram reservadas para reunião dos grupos com a professora-pesquisadora, que verificaria os avanços e obstáculos para o cumprimento da tarefa de modelagem. Nessas aulas, pôde-se verificar que os estudantes construíram seus circuitos e iniciaram a modelagem, em um constante ir e vir de debates com a professora-pesquisadora, que buscava, com isso, mediar a construção daqueles conhecimentos. Poucos alunos recorreram ao engenheiro eletricista, que relatou ter sido abordado apenas em questões pontuais, ligadas à parte elétrica do circuito. Nesse ínterim, ocorriam retornos às informações estudadas, pelo lado dos estudantes e, levantamento de hipóteses, promoção de generalizações e avaliações dos progressos conceituais dos estudantes, pelo lado da professora-pesquisadora. Os grupos de estudantes eram arguidos separadamente sobre seus progressos e/ou obstáculos, visando verificar se convergiam ou não para a formação das equações lineares e respectivo sistema linear que delinearia a situação. A professora-pesquisadora realizava anotações sobre os protocolos dos alunos, formando a base de dados qualitativa do experimento.

Ao final, os estudantes foram questionados oralmente e separadamente, por grupos de trabalho, a respeito dos conteúdos estudados. Os quarenta estudantes produziram os resultados esperados pela professora-pesquisadora para a interpretação dos resultados obtidos por um sistema linear, para o que seja uma Ponte de Wheatstone e outros conceitos ligados à eletricidade, apesar de a preocupação e foco serem, prioritariamente, sobre o primeiro (interpretação de sistemas lineares).

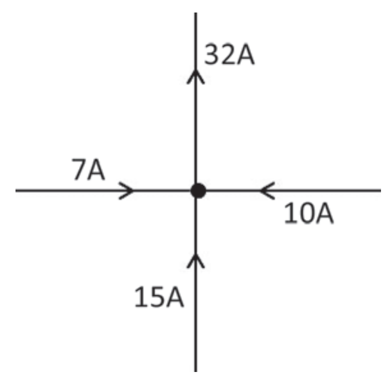
Ao término da aplicação da situação didática, os estudantes definiram corretamente resistência elétrica, tensão, corrente contínua, lei de Ohm, leis de Kirchhoff, circuitos elétricos, Ponte de Wheatstone, lei da conservação do fluxo e sistemas lineares e seus usos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para maior objetividade deste artigo, apresentar-se-á aqui a produção de conhecimento de um dos grupos de estudantes, uma vez que todos alcançaram as compreensões esperadas pela professora-pesquisadora, apesar de cada um obedecer a um ritmo próprio e trilhar caminhos, por vezes, diversos.

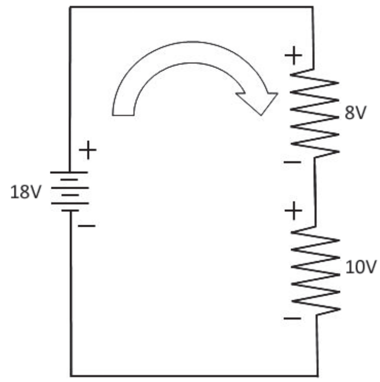
Particularmente, as leis de Kirchhoff foram os conceitos que mais contribuíram para a construção do sistema linear. A primeira lei de Kirchhoff, ou lei dos nós, enuncia que a soma das correntes que chegam a um nó é igual à soma das correntes que dele saem (cf. BARTKOWIAK, 1999). O grupo demonstrou o conhecimento dessa lei por meio do circuito da Figura 1, e enunciou que 7A + 15A + 10A = 32A.

Figura 1: Correntes entrando e saindo de um nó qualquer.



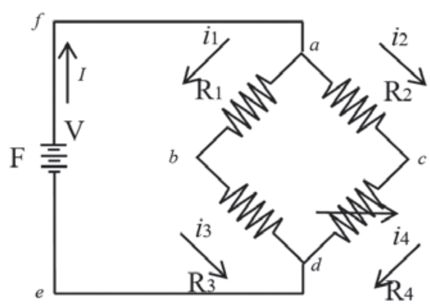
Em seguida, enunciaram a segunda lei de Kirchhoff, que diz que a soma algébrica das tensões, no sentido horário ou anti-horário, em uma rede, é zero. Disseram que o sinal negativo indicava o potencial menor e o positivo o potencial maior, lembrando que, ao percorrer uma resistência, a corrente flui no sentido do maior para o menor potencial, fato questionado pela professora-pesquisadora (questionamento previamente planejado para a aula) e respondido corretamente por eles. Exemplificaram esse enunciado, em uma das reuniões promovidas nas aulas de Álgebra Linear, por meio da Figura 2, afirmando que 18V - 8V - 10V = 0, no sentido horário. Os protocolos dos alunos indicavam avanços na via da situação didática proposta.

Figura 2: Esquema usado pelos estudantes para mostrar a segunda lei de Kirchhoff.



Esses estudantes aplicaram os conhecimentos das leis de Kirchhoff em um circuito que continha uma Ponte de Wheatstone, composto por quatro resistores dispostos no formato de um losango, sendo R1 o resistor a ser medido, R2 e R3 os resistores de valor fixo conhecido, e um resistor ajustável (potenciômetro) R4. *i1*, *i2*, *i3*, *i4* são as correntes em seus respectivos arcos, conforme a Figura 3.

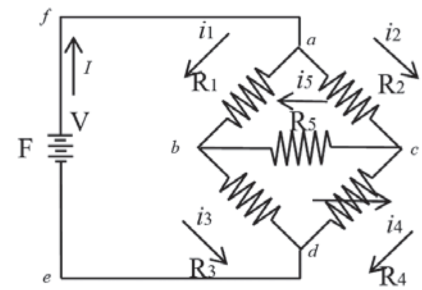
Figura 3: Fluxo da corrente em um circuito.



Os alunos declararam corretamente que "A tensão entre b e c será zero apenas quando o produto R1.R4=R2.R3 for verdadeiro".

A Figura 3 mostra o esquema elaborado pelos estudantes quanto ao sentido da corrente (I) entrando na rede pelo vértice (a) e saindo pelo vértice (d). A tensão da fonte (F) é representada pela letra (V). Em seguida, informaram que, para análise do comportamento dessa ponte, seria acrescentado mais um ramo ligando o nó (b) ao (c), por onde passará *i5*, conforme disposto na Figura 4.

Figura 4: Percurso da corrente no circuito analisado.



A primeira lei de Kirchhoff forneceu as três primeiras equações para o cálculo de *i5*, e isso fez com que os estudantes percebessem a necessidade do uso de equações lineares pela situação didática proposta:

$$I - i1 - i2 = 0 \qquad (1)$$
$$i1 - i3 + i5 = 0 \qquad (2)$$
$$-I + i3 + i4 = 0 \qquad (3)$$

Os protocolos dos estudantes desse grupo, nesse momento, foram:

Estudante 1: E agora? Temos três equações...

Professora-pesquisadora: E que surgiram do mesmo circuito, certo?

Estudante 2: Sim, mas queremos encontrar o valor de i5...

Estudante 1: Professora, se montarmos um sistema e resolvermos, encontraremos i5?

Professora-pesquisadora: Para o que servem os sistemas lineares?

Estudante 2: [reflexão]... Ué... para sabermos os valores das incógnitas? [surgiu daí o *insight*] hummm... basta montarmos o sistema e resolver!

Professora-pesquisadora: E quanto à segunda lei de Kirchhoff?

Estudante 1: Precisamos usá-la, não é?

[...]

Esse momento reforçou a hipótese de a situação didática proposta ter algum potencial educativo para a ampliação do conceito de sistemas lineares e seus usos. Pelo lado humano, por assim dizer, os estudantes demonstravam interesse em estar engajados na proposta didática, aspectos integradores de uma aprendizagem significativa, tal como defendido por Novak (1981).

Em seguida, fora do ambiente de sala de aula e com apoio do engenheiro eletricista, aplicaram a segunda lei de Kirchhoff nas malhas *abdefa*, *abca* e *bcdb*, e obtiveram outras três equações lineares.

$$-R1.i1 - R3.i3 + V = 0 \quad (4)$$
$$R1.i1 - R2.i2 - R5.i5 = 0 \quad (5)$$
$$R3.i3 - R4.i4 + R5.i5 = 0 \quad (6)$$

Em aula posterior, apresentaram as seis equações, quando questionados pela professora-pesquisadora:

> Professora-pesquisadora: Então, o que conseguiram extrair do circuito até agora?
>
> Estudante 1: Professora, nos encontramos com o engenheiro e conseguimos mais três equações no circuito. Agora, temos seis equações.
>
> Estudante 2: Com essas seis equações, formaremos um sistema e encontraremos a corrente. Ficou bem grande... é isso mesmo?
>
> Professora-pesquisadora: Grande em que sentido?
>
> Estudante 2: Sei lá... parece bem maior do que os que estamos acostumados a resolver.
>
> Professora-pesquisadora: Se as equações saíram do mesmo contexto e foram formadas pelas partes do circuito, não há com o que se preocupar... quantas incógnitas existem no circuito? Por que querem formar um sistema linear?
>
> [silêncio]

Os questionamentos não foram respondidos imediatamente. Eles ficaram em silêncio ouvindo os questionamentos e demonstrando estar consultando internamente suas estruturas de conhecimento, até que um deles arriscou dizer:

> Estudante 1: Precisamos do sistema para saber a corrente... O sistema é formado por essas equações. Vamos resolver o sistema...

Com isso, o grupo compreendeu que as seis equações lineares formavam um único sistema linear porque decorriam de um mesmo fenômeno. Aplicaram os conhecimentos de Álgebra Linear para revelar o valor de *i5*, resolvendo o sistema construído. Nessa altura, as ferramentas matemáticas adotadas pelos diferentes grupos para o cálculo de *i5* foram diversas, o que não causou nenhuma surpresa por parte da professora-pesquisadora, uma vez que essa diversidade foi apresentada em aula diagnóstica, antes da proposta da situação didática. A Figura 5 mostra a matriz que corresponde ao sistema linear construído pelos alunos.

Figura 5: Matriz aumentada do sistema linear do circuito construído.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -R1 & 0 & -R3 & 0 & 0 & -V \\ 0 & R1 & -R2 & 0 & 0 & -R5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R3 & -R4 & R5 & 0 \end{bmatrix}$$

Esse grupo optou pelo uso da Regra de Cramer para resolver o sistema, resultando na seguinte equação do fluxo em *i5*, em função das resistências e da tensão:

$$i5 = \frac{V.(R1.R4 - R2.R3)}{R1.R2.(R3+R4+R5) + R2.R3.(R4+R5) + R4.R5.(R1+R3)} \quad (7)$$

Como o estudo tratou do funcionamento de sensores que utilizam esse estado da Ponte de Wheatstone, as aferições foram realizadas com base nesse estado de equilíbrio da Ponte. No circuito da Figura 4, tendo $i5 = 0$ (fluxo mínimo), perceberam que a equação (7) gerava a seguinte relação:

$$R1.R4 = R2.R3 \quad (8)$$

Pela Lei de Ohm, sabiam que $V = R.i$, ou seja, tensão é igual ao produto resistência por corrente. Logo:

$$V = R5.i5, \therefore, V = R5.0, \therefore, V = 0 \quad (9)$$

Concluíram assim que, na Ponte de Wheatstone em equilíbrio, a tensão, ou ddp (diferença de potencial), entre os vértices (*b*) e (*c*) é igual a zero. A relação dada na equação (8) também valia para o circuito da Figura 3, pois, nos pontos (*b*) e (*c*), a ddp seria igual à zero.

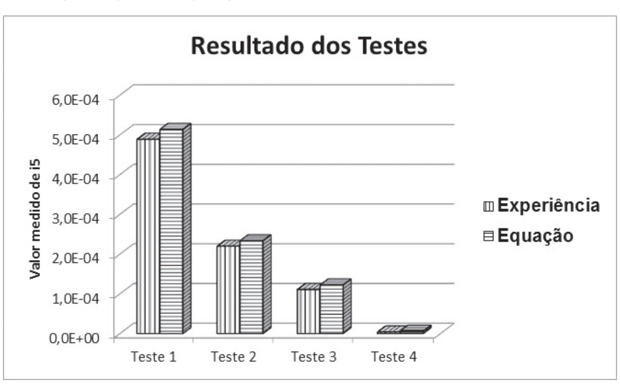
As equações (7) e (8) possibilitaram averiguar o comportamento da corrente *i5* no circuito, como proposto na Figura 4. No laboratório de elétrica, foram realizados testes utilizando quatro resistores de valor fixo de 10kΩ (R1, R2, R3 e R5), um resistor ajustável (potenciômetro R4), de resistência máxima de 10kΩ , uma bateria de 24,1V, uma *protoboard* (placa de testes utilizada para a montagem de circuitos), um multímetro e também um miliamperímetro, ambos digitais. Após a montagem do circuito, foram medidos os valores reais dos resistores fixos (R1, R2, R3 e R5), da tensão da bateria, assim como o valor desejado da resistência do resistor ajustável (potenciômetro R4) para cada teste a ser executado. As medidas dos valores reais de cada componente (Tabela 1 – de R1(Ω) a R5(Ω)) são necessárias pela variabilidade existente no processo produtivo dos componentes. Além desse fator, outros, como temperatura, contatos imperfeitos e capacidade de precisão do multímetro, também contribuem para a divergência entre os valores obtidos por meio empírico e o valor comercial. Esse fato não invalida a comprovação da equação (7), pois os valores obtidos experimentalmente são muito próximos aos obtidos pela equação. Por fim, mediram a corrente *i5* (Tabela 1 – *i5*(A) Experiência) e, com auxílio da equação (7), obtiveram os valores da corrente *i5* (Tabela 1 – *i5*(A) Equação). Essa atividade aproximou a compreensão teórica da empírica, promovendo discussões pertinentes acerca do assunto, tanto com o engenheiro eletricista quanto com a professora-pesquisadora.

Tabela 1: Medições no laboratório e valores de *i5* gerados com a equação (7).

Teste	R1(Ω)	R2(Ω)	R3(Ω)	R5(Ω)	E(V)	R4(Ω)	*i5*(A) Experiência	*i5*(A) Equação
1	9.980	9.890	9.980	9.820	24,1	1.980	0,0004890	0,0005138
2	9.980	9.890	9.980	9.820	24,1	5.100	0,0002200	0,0002337
3	9.980	9.890	9.980	9.820	24,1	7.000	0,0001110	0,0001224
4	9.980	9.890	9.980	9.820	24,1	10.070	0,0000040	0,0000063

A Figura 6 mostra, graficamente, a variação da corrente *i5* em função da variação da resistência de R4 (resistor ajustável – potenciômetro), bem como a variação da mesma corrente observada por meio da equação (7), <u>cumprindo com as etapas de levantamento de hipóteses e suposições, antes planejadas pelos autores desta pesquisa</u>.

Figura 6: Proximidade das medições empíricas das medições pela equação (7).



Ao final do experimento, a professora-pesquisadora promoveu uma discussão com toda a turma sobre as possíveis situações em que sistemas lineares poderiam ser instrumento de uso e interpretação de fenômenos, tais como na produção de produtos mediante recursos limitados, no fluxo de dados da Internet, na ramificação de um gasoduto, etc. Os protocolos dos estudantes confirmaram progressos no conhecimento e usos de sistemas lineares em contextos diversos, o que evidenciou a aprendizagem significativa (NOVAK, 1981) perseguida pela ação educacional realizada.

CONCLUSÕES

A situação didática proposta pareceu ter favorecido a produção de conhecimentos sobre sistemas lineares, por parte dos estudantes, propósito primeiro da intervenção pedagógica. Ademais, em meio às atividades propostas, outros significados foram apresentados pelos estudantes de Engenharia, como a compreensão pela aplicação de leis acerca de conceitos da eletricidade.

Todos os estudantes envolvidos souberam simular a experiência vivida com sistemas lineares aplicados à Ponte de Wheatstone (*milieu*) em outros contextos que exigiam o mesmo raciocínio e provocados pela professora-pesquisadora oralmente.

As atividades que compuseram a situação proporcionaram abordagem de conteúdos conceituais (sistemas lineares, Ponte de Wheatstone e os conceitos em eletricidade), procedimentais (a construção dos circuitos, os exercícios propostos, etc.) e atitudinais (a busca do conhecimento em livros, na Internet, no laboratório de elétrica e junto ao engenheiro eletricista), observados pela professora-pesquisadora.

A mediação da professora-pesquisadora, bem como do engenheiro eletricista e dos colegas que mais rapidamente atingiam as compreensões dos conteúdos, cumpriu com o papel de organizar e reorganizar a estrutura mental dos alunos a partir dos conceitos de adaptação, assimilação e equilibração, preconizados por Piaget.

O saber matemático, inicialmente oculto e emerso do estudo proposto na situação didática, parece ter conduzido esses estudantes a um patamar mais avançado sobre equações e sistemas lineares, como defendido por Brousseau – fato verificado durante a aplicação da situação didática, ao terem sido capazes de formular equações a partir do circuito proposto e de terem compreendido a necessidade da união das equações em um sistema, visando ao cálculo da corrente desejada. A generalização dos usos de sistemas lineares em contextos diversos questionados aos estudantes confirmou a hipótese do valor educacional da situação didática aqui experimentada, além de evidenciar a produção de significados e de agregação de novos conhecimentos aos subsunçores presentes em suas estruturas cognitivas, levando-os ao engrandecimento cognitivo e humano preconizados por Novak.

REFERÊNCIAS

ANTON, H. A.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BARTKOWIAK, R. A. **Circuitos elétricos**. 2. ed. São Paulo: Makron Books do Brasil, 1999.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics**: didactique dês mathématiques, 1970-1990. Kluwer Academic Publishers, 1997.

BROUSSEAU, G. **Théories des situation didactiques**. La pensée sauvage, Grenoble, 1998.

CARLEN, E. A.; CARVALHO, M. C. **Álgebra linear**: desde o início. Tradução de José Rodolfo Souza. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

DOUADY, R. Didactique des Mathématiques. **Encyclopedia Universalis**, 1985. p. 885-889.

GÁLVEZ, G. A. A Didática da Matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 26-35.

LÜDKE, M; André, M. E. D. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. p. 11-13.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação**. São Paulo: Pioneira, 1981.

PIAGET, J. **A equilibração das estruturas cognitivas**: o problema central do desenvolvimento. Tradução de Marion Merlone dos Santos Penna. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

PIAGET, J. **A epistemologia genética**. Tradução de Nathanael C. Caixeira. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** Tradução de Ivette Braga. 14. ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1998.

POOLE, D. **Álgebra linear**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

SOUZA, M. A. V. F. de; SIMMER, L. M. Sistemas lineares: do ensino médio às engenharias. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Buenos Aires: Argentina, 27, julho. 2013.

SOUZA, M. A. V. F. de. Sistemas lineares na Engenharia: conceito, significados e situação didática. **Enseñanza de las Ciencias**, v. extra, p. 3.656-3.661, 2013.