

# O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS DE CÁLCULO USANDO MODELOS MATEMÁTICOS E FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS

Jaqueline Maria da Silva,<sup>1</sup> Deborah Faragó Jardim,<sup>2</sup> Ana Carolina Carius<sup>3</sup>

## RESUMO

Este trabalho apresenta um relato de experiência utilizando o *software* livre GeoGebra como ferramenta tecnológica e estratégia de ensino, aliado à modelagem matemática, para melhorar o aprendizado e desempenho dos estudantes da disciplina de Funções de uma Variável, dos cursos de engenharia do Campus Mucuri da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. O objetivo principal deste trabalho é discutir e avaliar o desafio de ensinar e acompanhar o aprendizado dos estudantes do primeiro período, envolvendo conceitos de Cálculo por meio do GeoGebra.

**Palavras-chave:** Matemática; modelagem matemática; tecnologia; Geogebra; limites; derivadas; integrais.

## ABSTRACT

### TEACHING AND LEARNING OF CALCULUS CONCEPTS USING MATHEMATICAL MODELS AND TECHNOLOGICAL TOOLS

This paper presents a case studies using the free software GeoGebra as technological tool and educational strategy, combined with the mathematical modeling to improve the learning and performance of students of Functions of one variable, at the engineering courses at Mucuri Campus from the Federal University of Jequitinhonha and Mucuri Valleys (Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – Campus Mucuri). In this work our main purpose is to discuss and evaluate the challenge of teaching and learning Calculus concepts using GeoGebra in a freshmen student's class.

**Keywords:** Mathematics; mathematical modelling; technology; Geogebra; limits; derivatives; integrals.

<sup>1</sup> Professora Doutora, Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – Campus Mucuri; e-mail: jaqueline.silva@ufvjm.edu.br

<sup>2</sup> Professora, Doutora Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – Campus Mucuri; e-mail: deborah.farago@ufvjm.edu.br

<sup>3</sup> Instituto Federal do Rio de Janeiro – IFRJ, Campus Duque de Caxias; e-mail: ana.carius@ifrj.edu.br

## INTRODUÇÃO

A Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM) tem sua sede na cidade de Diamantina e *campi* avançados nas cidades de Teófilo Otoni, Janaúba e Unaí. O *Campus* Mucuri está localizado na cidade de Teófilo Otoni, a nordeste da cidade de Belo Horizonte, capital do estado de Minas Gerais (JARDIM *et al.*, 2015).

O *Campus* Mucuri oferece diversos cursos, dentre os quais se destaca o Bacharelado em Ciência e Tecnologia (BCT), que também é oferecido pela UFVJM em outros *campi*. O BCT tem duração de três anos e tem a missão de oferecer uma base científica para que o estudante possa, ao fim desse período, optar por uma das engenharias oferecidas pela instituição, precisando, a partir daí, de apenas mais dois anos para a conclusão do segundo curso (UFVJM, 2015). Entre os diversos cursos de engenharia mantidos pela UFVJM, o *Campus* Mucuri contribui oferecendo aos estudantes os cursos de Engenharia Civil, Engenharia de Produção e Engenharia Hídrica.

A disciplina Funções de uma Variável (FUV), também conhecida por Cálculo I, pertence à grade curricular das engenharias e é o primeiro contato do estudante com uma Matemática “diferente” daquela a que estava habituado. Esse conhecimento sem precedentes, somado às inúmeras novas atividades comuns à vida universitária e, em alguns casos, à imaturidade em lidar com os processos do ensino superior, colaboram para que a evasão e a reprovação nos primeiros períodos das engenharias não sejam uma grande novidade (GOMES, 2007).

De fato, diversas pesquisas indicam que o curso de Cálculo I apresenta elevados índices de retenção e evasão, porque os estudantes finalizam o ensino básico e ingressam no ensino superior sem entender os conceitos elementares de Matemática, influenciando, assim, seu desempenho nas disciplinas de Física (MOLON; FIGUEIREDO, 2013), Química e nas demais disciplinas que são específicas de cada engenharia. Tais índices de retenção podem ser justificados, de modo preponderante, pela deficiente formação em disciplinas de Matemática no ensino básico. A grande maioria dos estudantes chega à universidade com grande dificuldade em observar e analisar dados elementares, além de con-

ceitos de funções como domínio, existência ou não de raízes e, principalmente, em analisar gráficos de funções elementares. Diversas outras razões muito bem fundamentadas podem ser encontradas em Frota (2002).

Este trabalho apresenta um relato de experiência do docente responsável pela disciplina de FUV nos cursos de engenharia e BCT do *Campus* Mucuri. Ao apontar os diversos motivos que levam às elevadas taxas de retenção e evasão, o docente, assim como diversos professores de Cálculo I das universidades brasileiras, detectou a necessidade de retratar e discutir o ensino e a aprendizagem, ao implementar as atividades do curso de Cálculo I. Apesar de ser uma tarefa complexa e que pode ser retratada de vários ângulos, optou-se por adotar uma metodologia de ensino que envolvesse o uso de tecnologias, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional (BRASIL, 2002, p. 41).

Em sua análise, Nehring (2007) salienta que as experiências com recursos computacionais são motivadoras e facilitam o processo de ensino e aprendizagem.

O *software* GeoGebra foi escolhido como ferramenta científica e tecnológica por ser gratuito, prático e dinâmico, permitindo que os discentes absorvam com maior facilidade os conceitos e conteúdos abordados em sala de aula (SILVA *et al.*, 2015). Trata-se de uma ferramenta que torna as aulas mais interessantes e esclarecedoras, proporcionando melhor compreensão, estudantes mais motivados e, conseqüentemente, melhores resultados, através da exploração da modelagem. Enfatizando essa ideia, Souza (2011) alega que:

Por ser um programa de Geometria Dinâmica, o GeoGebra facilita a investigação dos alunos, que podem movimentar os objetos e acompanhar as variações ocorridas, fazer conjecturas e testá-las, além

de relacionar os conteúdos algébricos e geométricos.

Acredita-se fortemente que o uso de *software* livre e de modelagem matemática pode melhorar o desempenho e o aprendizado dos estudantes, principalmente em conceitos fundamentais que envolvem a matemática e a modelagem (SILVA *et al.*, 2016). Assim, enfatiza-se a importância das palavras de D'Ambrosio (2015), que diz:

A transferência de conhecimento, particularmente de tecnologia, é uma ferramenta crucial para a análise dos processos de desenvolvimento. Usamos esta ferramenta para criar informação visual sobre os conceitos discutidos e apresentados pelo docente.

Conforme Araújo e Campos (2015), a modelagem matemática tem sido trabalhada como metodologia de ensino no Brasil e no mundo. O contato dos estudantes com a abstração (teoremas e definições) e a experimentação (observação de fenômenos) é crucial (MORRISON, 1991). De fato, pois a abstração e a experimentação são fundamentais para a compreensão e o desenvolvimento das habilidades da modelagem matemática.

Ao dominar as novas tecnologias e as estratégias de modelagem, espera-se que o estudante, em seus estudos de matemática e modelagem matemática, no ensino superior, seja capaz de reconhecer, analisar e aplicar seus conhecimentos em busca da solução de uma determinada situação-problema.

O trabalho proposto apresenta, assim, alguns exemplos discutidos em sala de aula com os estudantes, bem como os resultados alcançados por eles e a percepção docente do aprendizado. O professor da disciplina encaminhou ao GESE (Grupo de Estudos em *Software* Livre do Ensino) algumas demandas de conceitos, definições e exercícios a serem repassados e discutidos. Diante do cenário e da metodologia de ensino apresentados pelo docente, foram ofertados pelo GESE quatro minicursos, de duas horas de duração, sobre o uso do *software* livre GeoGebra, com aplicações em Cálculo I e Física. É fundamental enfatizar que o uso da ferramenta computacional foi prática constante desde que as tarefas do semestre letivo se iniciaram.

Com isso, considerando a metodologia de ensino adotada pelo docente e pelo GESE, ao longo da

execução das atividades de consolidação de conceitos e definições, de construção do raciocínio com o uso de tecnologias em sala de aula, conclui-se que há certa analogia com a metodologia proposta por pesquisadores franceses, chamada de Engenharia Didática (ARTIGUE, 1990).

## METODOLOGIA DE ENSINO

Como metodologia de ensino, adotou-se o procedimento de, inicialmente, o docente explicar os conteúdos em sala de aula, atribuindo significado às definições e conceitos fundamentais de cada tópico principal da disciplina de FUV, sendo eles: funções, limites, continuidade, derivadas e integrais. Dessa forma, o docente atua como principal mediador do contato dos estudantes com a abstração, como recomenda Morrison (1991).

O plano de ensino da disciplina de Cálculo I, cuja ementa pode ser obtida no Projeto Pedagógico do curso (ver UFVJM, 2015), foi dividido pelo docente em três etapas assim apresentadas:

Conteúdo I – Funções, Limites, Continuidade;

Conteúdo II – Derivadas, Valores Máximos e Mínimos, Crescimento, Decrescimento e Concavidades, Regras de Derivação, Regra de L'Hospital;

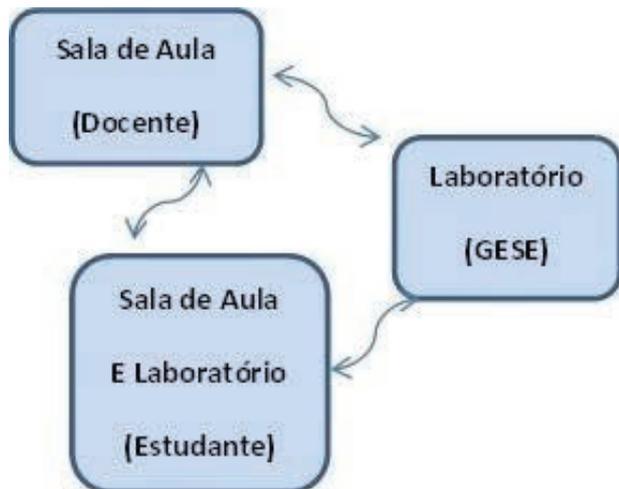
Conteúdo III – Integrais, Soma de Riemann, Técnicas de Integração, Cálculo de Áreas e Volumes.

Os dados foram coletados em amostras de duas turmas distintas que ingressaram no primeiro semestre de 2015, a saber, CTA, com 62 estudantes matriculados; e CTB, com 58 estudantes matriculados. Tanto em sala de aula quanto no laboratório de informática, as turmas estavam separadas, impossibilitadas de interagir. Durante as atividades de cada turma no laboratório de informática, cada estudante teve acesso a um computador e podia interagir com os colegas de turma.

Após a explanação em sala de aula, o docente solicitou ao GESE que ministrasse um minicurso reforçando o Conteúdo I. Após as atividades do minicurso com o GESE, os estudantes retornaram ao contato com o docente, em sala de aula, para que o mesmo pudesse verificar e avaliar o aprendizado de

cada um. Assim, conforme mostra o esquema apresentado na Figura 1, o estudante tem dois ambientes de aprendizagem: a sala de aula, onde interage com o docente, e o laboratório de informática, onde interage com o GESE.

**Figura 1: Esquema de organização das atividades proposto pelo docente da disciplina.**



Esse processo de interação entre estudante, docente e GESE foi repetido quatro vezes, sendo que o Conteúdo I recebeu dois minicursos, de duas horas cada; o Conteúdo II recebeu um minicurso de duas horas; e o Conteúdo III recebeu um minicurso de duas horas.

Ao final da primeira etapa do curso, visando avaliar a metodologia empregada, um questionário-diagnóstico foi submetido aos estudantes. O questionário contém um conjunto de perguntas, sem sugestão ou indução de respostas, ou seja, usou-se uma abordagem clínica, de acordo com Dolle (1995), que explica:

o método clínico consiste em conversar livremente com a criança acerca de um tema dirigido, em acompanhar, por conseguinte, os desvios por onde seu pensamento envereda, a fim de reconduzi-lo ao tema, com o propósito de obter justificações e testar-lhe a constância, e de fazer contra sugestões. Em contraste com as questões padronizadas, esse método prefere, a partir de ideias diretrizes prévias, adaptar expressões, o vocabulário e as próprias situações, às respostas, atitudes e vocabulário do próprio sujeito.

O questionário apresentou alguns resultados interessantes, que serão mostrados e discutidos nas

seções adiante. Foi objeto de estudo do docente avaliar o foco de aprendizagem, analisando o sucesso e o insucesso dos estudantes, ao longo das três etapas do plano de ensino, bem como avaliar a variação das taxas de evasão e a retenção na disciplina. Como consequência direta da aplicação do questionário-diagnóstico, assim como diz Frota (2002), também foi observado que:

as entrevistas não constituem um elemento metodológico estático, mas um instrumento que transcende o objetivo metodológico, transformando-se também em instrumento de desenvolvimento cognitivo.

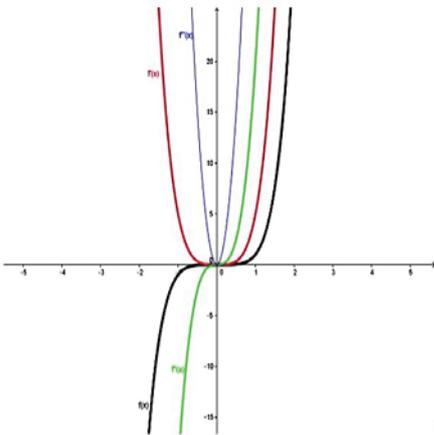
A seguir, descrevem-se as três principais etapas do relato de experiência referente ao plano de ensino adotado para Cálculo I.

## Etapa 1 - Funções, Limites e Continuidade

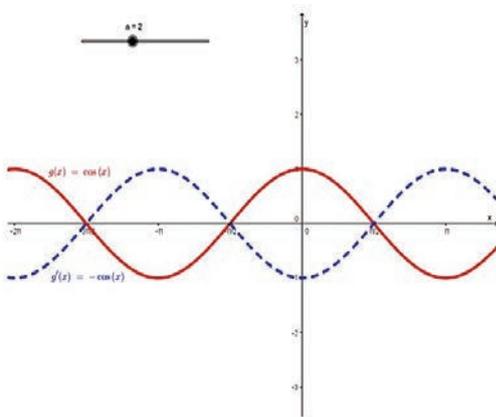
Para a primeira etapa do semestre, após ter trabalhado junto aos estudantes os conceitos, as definições e propriedades de funções elementares em sala de aula, o docente propôs aos membros do GESE a inserção da tecnologia, para uma breve revisão do conteúdo de funções de uma variável. No segundo momento dessa primeira etapa do curso, o docente propôs ao GESE o uso da tecnologia junto aos estudantes para uma revisão sobre os conteúdos de limites, assíntotas e continuidade.

Nas duas primeiras horas do curso do GESE, apresentado em laboratório de informática, foram explorados os conceitos de domínio, contradomínio e imagem de algumas funções elementares, tais como as funções polinomiais, trigonométricas e racionais. Alguns exemplos construídos pelos estudantes e pelo GESE, no laboratório de informática, são apresentados nas Figuras 2 e 3, a seguir.

**Figura 2: Funções monomiais elementares de uma variável exploradas durante o minicurso.**



**Figura 3: Funções  $f(x)=\sin(x)$  e  $g(x)=\cos(x)$ .**



É importante destacar que, ainda em sala de aula, durante as atividades com o docente, os estudantes apresentaram enorme dificuldade em esboçar gráficos no plano cartesiano, uma vez que sua percepção geométrica das funções se mostrou bastante frágil. Assim, docente e GESE tentaram destacar a praticidade do GeoGebra em auxiliar nessa tarefa, bem como a importância de saber interpretar os gráficos das funções, pois, como afirma Santos (2002), imagens são “uma forma de linguagem que pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos científicos”, e Archela (1999) fortalece a importância de adquirir essa habilidade, afirmando que:

Em primeiro lugar, é importante lembrar que na medida em que o usuário deixa de ser passivo diante de uma mensagem comunicada através de uma imagem, na tentativa de compreendê-la, estabelece-se um processo de descodificação. Assim, uma

das formas de estudo das imagens refere-se à análise de seus elementos e as relações entre suas partes.

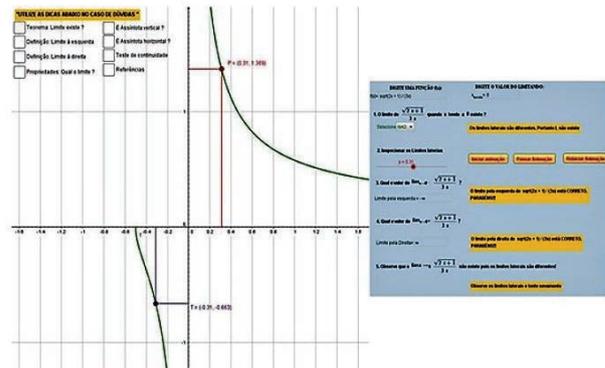
Ainda nesse sentido, Dugdale (1999), ao tratar da perspectiva de gráficos de funções no pensamento de estudantes, fala dos esforços para melhorar a leitura e compreensão dos gráficos, aprimorando as concepções dos estudantes a partir da interpretação do significado global do gráfico.

Além dos conceitos básicos de funções elementares, no segundo momento dessa primeira etapa do curso, como foi apresentado em Jardim *et al.*, (2015), usando o formato “quiz” no GeoGebra, exploraram-se as definições de assíntotas horizontais e verticais na função

$$p(x) = \sqrt{\frac{2x + 1}{3x}}$$

, fazendo uso das definições de limites infinitos e limites no infinito, bem como do conceito de continuidade (e descontinuidade), segundo Stewart (2012) e Thomas (2012). Um exemplo do formato em que a atividade relacionada à função  $p(x)$  foi explorada em sala de aula, está exibido na Figura 4, e pode ser encontrado de forma mais detalhada em Jardim *et al.* (2015).

**Figura 4: Gráfico e Quiz para a função  $p(x)$ . Imagem retirada de Jardim *et al.* (2015).**



Como foi dito anteriormente, ao final dessa etapa do curso, além do teste de conteúdo, um questionário-diagnóstico, brevemente descrito em Silva *et al.* (2015), foi submetido aos estudantes. Apresentamos na Seção 3 deste trabalho algumas discussões a respeito dos resultados obtidos com o teste de conteúdo.

## Etapa 2 - Derivadas

Após a aplicação do questionário-diagnóstico de avaliação da metodologia de ensino e do teste de avaliação do aprendizado do Conteúdo I, a segunda etapa do curso começou com quase todos os estudantes que encerraram a primeira etapa do curso.

Nessa segunda etapa do curso de FUV, o docente abordou em sala de aula os conceitos referentes ao Conteúdo II. Apresentamos, a seguir, um exemplo de aplicação com a disciplina de Física (Figuras 5 e 6), abordando os conceitos de reta tangente, máximos e mínimos, na resolução do problema que envolve o movimento de um pêndulo (Figura 5), e no que envolve o lançamento de um projétil (Figura 6), que foi trabalhado com os estudantes no laboratório de informática pelo GESE.

Figura 5: Descrição do movimento de um pêndulo.

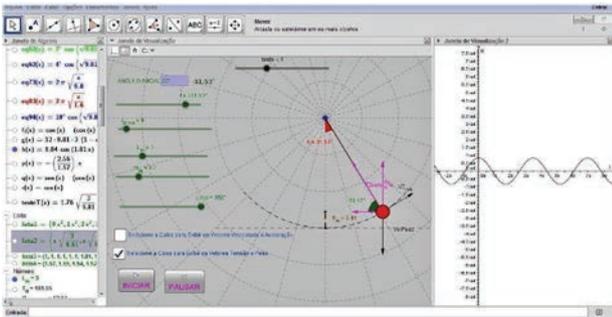
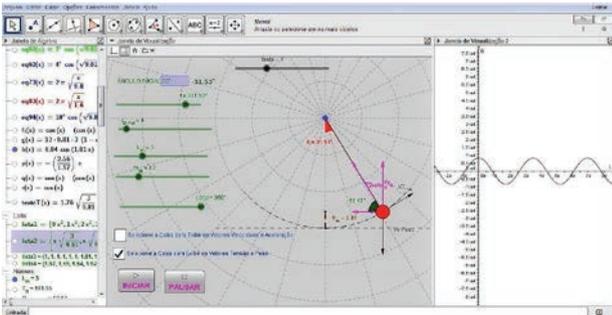


Figura 6: Descrição do lançamento de um projétil.



Antes que o docente pudesse aplicar o teste de avaliação do aprendizado da etapa do Conteúdo II, os docentes e os técnicos da maioria das universidades públicas brasileiras entraram em greve e interromperam as atividades durante aproximadamente quatro meses.

Ao retornarem do movimento paralisado, a divisão de registros acadêmicos da UFVJM concedeu aos estudantes a oportunidade de cancelar a matrícula em qualquer uma das disciplinas da grade curri-

cular do BCT e das engenharias, mantendo o limite mínimo de oito créditos. Com essa ação, a maioria dos estudantes fez uso dessa oportunidade, e 43,5% da turma CTA e 51,7% da turma CTB trancaram a disciplina. Dessa forma, apenas estudantes remanescentes foram avaliados no teste de conteúdo.

Foi detectado pelo docente que, ainda nessa etapa do curso, alguns estudantes ainda apresentam dificuldades na compreensão de gráficos, porém, a maioria deles mostrou-se amadurecida para compreender as aplicabilidades do Cálculo I para a modelagem matemática, aproximando-se cada vez mais da proposta de Thomas (2012), que acrescenta:

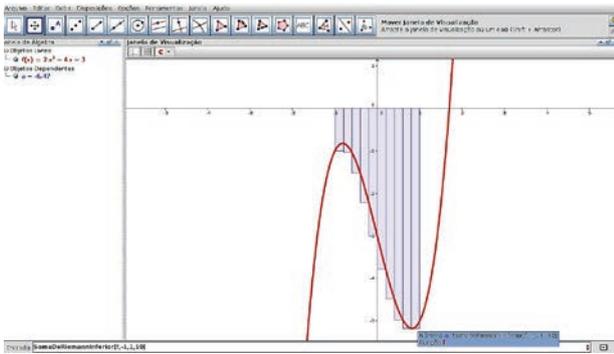
Com ênfase na modelagem e suas aplicações do cálculo usando dados reais, procura-se dar mais equilíbrio ao método gráfico, numérico e analítico, sem comprometer a integridade matemática do livro.

## Etapa 3 - Integrais

Nessa terceira etapa do processo, o docente abordou em sala de aula os conceitos do Conteúdo III. Nessa fase final do curso, apenas alguns poucos estudantes se mantiveram determinados para concluí-lo. Embora em pequeno número, os próprios estudantes relataram que a qualidade das aulas e a participação deles nas atividades da sala de aula e do laboratório aumentaram potencialmente.

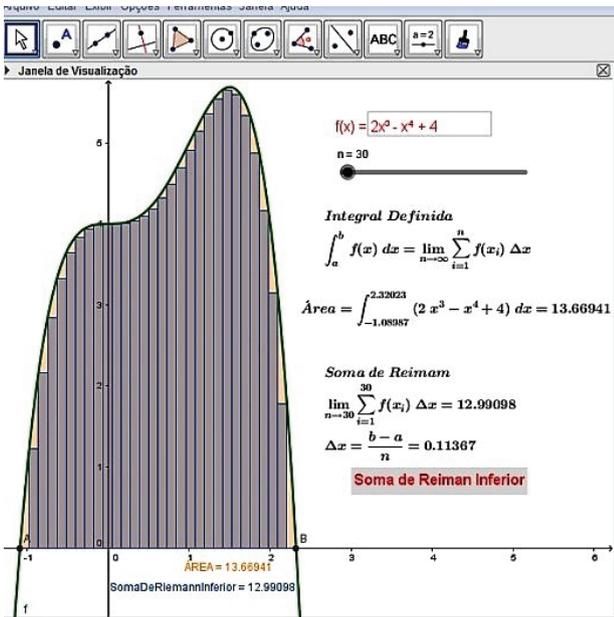
Durante as atividades com o GESE no laboratório, ao explorar a definição de integrais que envolvem as somas dos infinitos retângulos nas integrais de Riemann, como propõe Stewart (2012), os estudantes foram capazes de explorar algumas atividades propostas pelo GESE, conforme mostra a Figura 7, que apresenta uma das possíveis repartições para o cálculo da Soma de Riemann da função  $f(x) = 2x^3 - 4x - 3$  usando 0.2 unidades de medida na base dos retângulos no intervalo .

**Figura 7: Soma de Riemann aplicada na função  $f(x) = 2x^3 - 4x - 3$  de  $[-1,1]$ .**

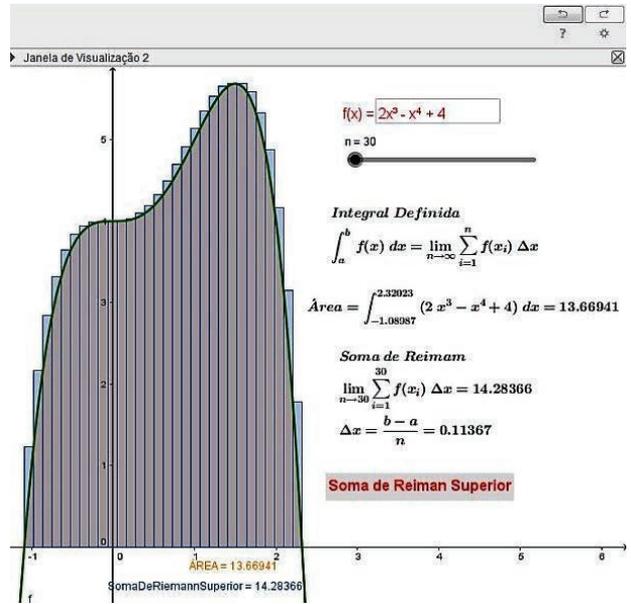


Outro exemplo de modelo matemático abordado está apresentado na Figura 8, a seguir, feita por um dos estudantes. No modelo, foi proposto aos estudantes que encontrassem a área da função  $f(x) = 2x^3 + x^4 + 4$  usando os conceitos de Soma de Riemann inferior e superior para  $n = 30$  retângulos.

**Figura 8: Soma de Riemann Inferior (a) e Soma de Riemann Superior (b) aplicadas na função  $f(x) = 2x^3 + x^4 + 4$  para  $n = 30$  retângulos.**



a) Soma de Riemann Inferior



b) Soma de Riemann Superior

Em ambos os exemplos apresentados, nas Figuras 7 e 8, os estudantes foram capazes de captar a essência das Somas de Riemann de forma relativamente rápida, uma vez que a visualização geométrica da função e dos retângulos no GeoGebra se torna uma ferramenta extremamente construtiva para a aplicação da definição.

Por outro lado, nessa etapa do curso, os estudantes também exploram o conceito de área para modelos matemáticos que envolvem o cálculo da área entre duas curvas. No exemplo apresentado na Figura 9, adiante, foi proposto às turmas que calculassem a área entre as curvas e  $f(x) = \text{sen}(x)$  e  $g(x) = \text{cos}(x)$  no intervalo  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .

Alguns estudantes apresentaram dificuldades em entender a diferença algébrica que existe entre calcular o valor da integral  $I$  e o valor da área  $A$  entre as funções no intervalo dado, uma vez que:

A integral  $I$  é dada por:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\text{sen}(x) + \text{cos}(x)) dx,$$

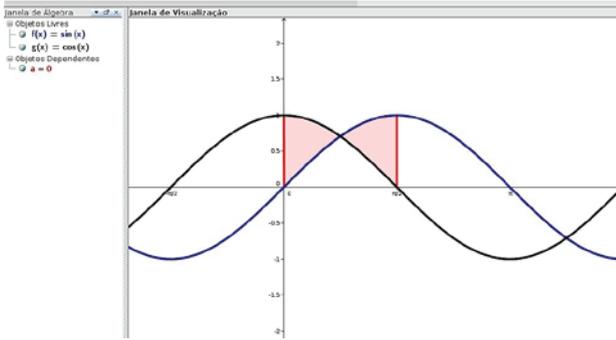
e a área  $A$  da região entre as funções é dada por  $A = A_1 + A_2$ , sendo:

$$A_1 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\text{cos}(x) - \text{sen}(x)) dx$$

$$A_2 = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (\text{sen}(x) - \text{cos}(x)) dx$$

Nos casos em que a área da região estiver abaixo do eixo das abscissas, o valor da integral poderá ser negativo, mas apenas o valor absoluto deverá ser considerado para o cálculo de áreas (STEWART, 2012).

**Figura 9: Cálculo da área da região entre as funções  $f(x) = \sin(x)$  e  $g(x) = \cos(x)$  no intervalo  $[0, \frac{\pi}{2}]$ .**



Com esse tipo de exemplo, os estudantes foram capazes de compreender que nem sempre o valor de uma integral é exatamente o valor da área a ser calculada.

Apesar da pequena confusão inicial em alguns exemplos de aplicação, os estudantes destacaram que essa última etapa do curso foi a melhor em vários sentidos. Primeiramente porque ficou notável o amadurecimento dos conceitos matemáticos que envolvem o Cálculo Diferencial e Integral que os estudantes alcançaram ao longo do curso. Segundo, porque, de acordo com os remanescentes, o número reduzido de estudantes em sala de aula facilitou o acesso e o acompanhamento da dinâmica e da metodologia de ensino do docente.

Ao final dessa última etapa do curso, o terceiro e último teste de conteúdo foi aplicado. A qualidade do aprendizado foi notável, quer seja pelo docente ou até mesmo pelos próprios estudantes, uma vez que, ao entrarem novamente em contato com os testes de aprendizado de limites e derivadas, os estudantes foram capazes de observar o quão imaturos foram nos erros que cometeram. Além disso, a média de acertos dos exercícios conceituais explorados em sala de aula aumentou consideravelmente. Os resultados referentes ao sucesso e ao insucesso dos estudantes são apresentados a seguir.

## ALGUNS RESULTADOS

Alguns resultados parciais que deram início a este trabalho foram apresentados e discutidos em Silva *et al.* (2015). Aqui, vamos nos concentrar em apresentar os resultados finais, referentes ao sucesso e ao insucesso dos estudantes diante da aplicação dessa metodologia de ensino e aprendizagem, ao longo do curso de Cálculo I, no primeiro semestre de 2015.

As tabelas a seguir apresentam os resultados obtidos com a aplicação do teste de conteúdo cuja nota  $N$  variou de 0 a 100 pontos, e  $NC$  representa o número de estudantes remanescentes no curso que não compareceram ao teste de avaliação de conteúdo. O teste foi aplicado para 35 dos estudantes remanescentes da CTA e 28 dos estudantes remanescentes da CTB.

É importante ressaltar que a média de sucesso nos cursos da UFVJM é de 60 pontos, e que os estudantes que não obtiveram média igual a 60 pontos, mas que ficaram acima de 40 pontos, tiveram uma nova oportunidade de fazer o teste de aprendizado e, infelizmente, apenas dois estudantes obtiveram sucesso nessa etapa.

**Tabela 1: Resultados da turma CTA.**

Média	Número de estudantes	%
$N \geq 90$	5	14,28%
$59 < N < 90$	11	31,42%
$N < 60$	9	25,71%
NC	10	25,57%

**Tabela 2: Resultados da turma CTB.**

Média	Número de estudantes	%
$N \geq 90$	7	25%
$59 < N < 90$	8	28,57%
$N < 60$	7	25%
NC	6	21,43%

## DISCUSSÃO

Ao analisar os resultados obtidos, verificou-se que os mesmos sugerem que o fracasso detectado, pela evasão, é, em geral, atribuído à defasagem oriunda do Ensino Médio.

De fato, pois, logo no início do semestre, houve grande dificuldade por parte da grande maioria dos estudantes em compreender os novos conceitos, definições e teoremas, especialmente os relacionados ao conceito de Limite, o que já é sabido e esperado, conforme afirmam Gonçalves e Zuchi (2003).

Por outro lado, o interesse dos estudantes pela disciplina de Cálculo I aumentou substancialmente ao longo do semestre, como apontam Silva *et al.* (2015) quando discutem a primeira etapa do curso e avaliam o aprendizado dos estudantes referente ao Conteúdo I. Certamente, pois, com os exemplos de modelos matemáticos e físicos discutidos, os estudantes reconheceram a importância da disciplina para a formação do Bacharel em Ciência e Tecnologia e, principalmente, para a formação do Engenheiro.

Infelizmente, como já foi dito, ao avaliar o aprendizado da turma quanto ao Conteúdo II, o docente observou que, em função da greve nacional da categoria, a grande maioria dos estudantes do BCT, por orientação da Divisão de Matrículas da UFVJM, teve a oportunidade de cancelar suas matrículas em diversas disciplinas. Os estudantes do primeiro período também optaram por cancelar a matrícula na disciplina de Cálculo I, o que, novamente, implica grande taxa de evasão. Diversos motivos levaram os estudantes a trancarem a disciplina, destacando-se o fato de terem ficado quatro meses sem estudar e de ser difícil retornar à rotina de estudos dessa disciplina. Além disso, muitos desistiram de um ensino superior gratuito e optaram por uma faculdade particular, uma vez que o calendário acadêmico das mesmas não foi alterado. Este último caso reflete a grande preocupação dos discentes com o período de férias acadêmicas, uma vez que esse período é usado pelas universidades públicas para a reposição de aulas.

Com isso, apenas cerca de 50% dos alunos que ingressaram na disciplina foram avaliados.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. L.; CAMPOS, I. S. Negotiating the use of mathematics in a mathematical modelling project. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIBEMGUT, M. S. (Eds). **Mathematical modelling in education research and practice**. New York: Springer, 2015. Cap. 3, p. 283-292.
- ARCHELA, R. S. Imagem e representação gráfica. **Geografia**, Londrina. v. 8, n. 1. p. 5-11. 1999.
- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. Recherches en didactique des mathématiques, **La Pensée Sauvage**, v. 9, n. 3, p. 281-307, 1990.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**, Parte III, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2002. Disponível em: <<http://www.educacao.gov.br>> Acesso em: 1º ago. 2014.
- D'AMBROSIO, U. Mathematical modelling as a strategy for building-up systems of knowledge in different cultural environments. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; BIBEMGUT, M. S. (Eds). **Mathematical modelling in education research and practice**. New York: Springer, 2015. Cap. 2, p. 35-44.
- DOLLE, J. M. **Para compreender Jean Piaget**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995.
- DUGDALE, S. **Functions and graphs** – perspectives on student thinking in integrating research on the graphical representation of functions. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. 1993.
- FROTA, M. C. R. **O pensar matemático no Ensino Superior**: ensino e estratégias de aprendizagem dos alunos. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. Belo Horizonte, 2002.
- GONÇALVES, M. B.; ZUCHI, I. Investigação sobre os obstáculos de aprendizagem do conceito de limite. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2003, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Ensino de Engenharia, 2003.
- GOMES, E. Ensino e aprendizagem do cálculo na engenharia: um mapeamento das publicações nos COBENGEs. In: XXXV COBENGE: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA. **Anais...** 10 a 13 de setembro, Curitiba, 2007.
- JARDIM, D. F. *et al.* Estudando limites com o GeoGebra. **Revista Vozes dos Vales**. Ano IV, n. 8, p. 1-19, out., 2015.

MORRISON, F. **The art of modelling dynamics systems**. Forecasting for chaos, randomness, and determinism. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 1991.

MOLON, J.; FIGUEIREDO E. S. Cálculo no ensino médio: uma abordagem possível e necessária com auxílio do software Geogebra. *Ciência & Natura*, Santa Maria, v. 37, ed. especial PROFMAT, p. 156, 2013.

NEHIRING, C. M.; PIVA, C.; KINALSKI, N. Uma análise das produções nos COBENGES – debate na área de Matemática. In: XXXV COBENGE: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA. *Anais...* Curitiba, 10 a 13 de setembro de 2007. CD-ROM.

SANTOS, S. M. O. **Crêterios para avaliaçãõ de livros didáticos de Química para o Ensino Médio**. 235 f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências) - Universidade de Brasília, Decanato de Pesquisa e Pós-Graduação, Instituto de Física, Instituto de Química, Brasília, 2006.

STEWART, J. **Cálculo**. v. 1, 6. ed. Stamford, USA: Cengage Learning, 2012.

SOUSA, G. C.; AMORIM, F. V.; SALAZAR, J. V. Atividades com GeoGebra para o ensino de cálculo (TA).

In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife, 10 e 11 de novembro, 2011.

SILVA, J. M. *et al.* **Mathematical modelling and the differential and integral calculus teaching challenges**. ICTMA Conference. Nottingham, 2015.

SILVA, J. M. *et al.* **Teaching derivatives concepts with computational techniques**. Hamburg: ICME, 2016.

THOMAS, G. B.; GIORDANO, W. H. **Cálculo**. v. 1, 12. ed. Londres: Pearson, 2012.

UFVJM – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. *Campus* do Mucuri. **Projeto Pedagógico de Curso do Bacharelado em Ciência e Tecnologia**. Teófilo Otoni, 2012. Disponível em: <<http://www.ufvjm.edu.br/prograd/projetos-pedagogicos.html>>. Acessado em: 28 out. 2015.

UFVJM – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri. **Unidades acadêmicas da UFMJM**. Disponível em: <<http://www.ufvjm.edu.br/unidades-academicas.html>>. Acessado em: 5 jan. 2016.

## DADOS DAS AUTORAS



**Jaqueline Maria da Silva** – Possui licenciatura plena pela Universidade Federal do Espírito Santo – UFES (2002), mestrado em Modelagem Computacional pelo Laboratório Nacional de Computação Científica – LNCC (2005) e doutorado em Modelagem Computacional – LNCC (2011). Durante as atividades do mestrado e doutorado, trabalhou com modelagem matemática e computacional dos processos de dispersão de sementes na floresta amazônica, em parceria com pesquisadores do INPA-AM. Atualmente, é professora de Matemática no curso de graduação em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, *Campus* Mucuri. É coordenadora o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no *Campus* Mucuri, e, nesse programa, leciona e orienta estudantes em temas de matemática voltados para o ensino. Tem experiência e orienta estudantes de Iniciação Científica do Bacharelado em Ciência e Tecnologia e Engenharia de Produção nas áreas de Populações, Epidemiologia e Transporte de Contaminantes.



**Deborah Faragó Jardim** – Possui graduação em Física pela Universidade Vale do Rio Doce – Univale (1998), mestrado em Física pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2002), e doutorado em Física pela Universidade Federal do Espírito Santo (2010). Durante as atividades do mestrado, trabalhou com interferometria aplicada à biologia. No doutorado, dedicou-se à cosmologia com modelos de crescimento de estruturas. Fez parte de seu doutoramento no exterior, no Instituto de Astrofísica de Paris (IAP), tendo trabalhado com “modelos cosmológicos fantasmas”. Atualmente, é professora no curso de graduação em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, *Campus* Mucuri, lecionando

disciplinas de Física e Matemática. Na pós-graduação, trabalha no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), orientando alunos em temas de matemática voltados para o ensino. Tem experiência nas áreas em que se especializou durante o mestrado e doutorado, além da geometrotermodinâmica, tendo publicado artigos em todas essas áreas. Atualmente, trabalha também com as áreas de matemática e física, com projetos de ensino, pesquisa e extensão, especialmente aqueles que envolvem *softwares* livres.



**Ana Carolina Carius** – Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2003), mestrado em Modelagem Computacional, pelo Laboratório Nacional de Computação Científica – LNCC (2006) e doutorado em Modelagem Computacional – LNCC (2012). Atualmente, é professora do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ) e da Universidade Católica de Petrópolis (UCP), onde atua na formação de estudantes dos cursos de engenharia, no ciclo básico. Tem experiência na área de matemática, destacando-se modelagem matemática, com ênfase em análise numérica e modelagem aplicada ao ensino de matemática em cursos de graduação.