

ARTIGOS

O GALVANÔMETRO COM PONTE RETIFICADORA – UMA ÊNFASE DIDÁTICA

B.J. Mass\*

MASS, B.J. O galvanômetro com ponte retificadora: uma ênfase didática. *Rev. Ensino Eng.*, S. Paulo, 2: 25-33, 2º sem. 1982.

São ressaltados alguns aspectos de importância principalmente didática, para um circuito simples, empregado em medidas de tensão e corrente, constituído basicamente de um galvanômetro e uma ponte retificadora com diodos. É enfatizado o fato de que o circuito possui características atuais apesar da introdução de instrumentos digitais de desempenho superior. As diferenças entre as configurações para medir tensão e para medir corrente são focalizadas através de uma análise simplificada empregando-se modelos idealizados. São sugeridos tópicos de interesse para aulas formais, bem como exercícios adequados aos cursos de graduação.

Galvanômetro. Ponte retificadora. Diodos. Corrente elétrica (medida). Tensão elétrica (medida).

MASS, B.J. The galvanometer with rectifying bridge: a didactical emphasis. *Rev. Ensino Eng.*, S. Paulo, 2:25-33, 2. sem. 1982.

A number of aspects, mainly of didactical importance are pointed out for a simple circuit employed in measurements of current and voltage, and consisting basically of a galvanometer and a diode rectifying bridge. The fact that the circuit is of up-to-date character is emphasized despite the introduction of digital instruments of superior performance. The differences between the schemes to measure voltage and to measure current are focused through a simplified analysis employing ideal models. Topics of interest for classes as well exercises adequate to undergraduate courses are suggested.

Galvanometer. Rectifying bridge. Diodes. Electrical current (measurement). Electrical voltage (measurement).

## I – INTRODUÇÃO

Para se medir o valor eficaz de tensões e correntes senoidais emprega-se, muitas vezes, uma ponte retificadora com galvanômetro de bobina móvel (D'Arsonval) [1] – [3] como se vê na Figura 1.

Esse circuito eletrônico, apesar de conhecido, não é normalmente tratado com detalhes na maioria dos livros-textos, e uma experiência recentemente vivida pelo autor com alunos de Engenharia Elétrica o levou a refletir sobre sua importância didática. Em conseqüência alguns aspectos interessantes vieram à tona, sugerindo que sua divulgação possa contribuir positivamente para o aperfeiçoamento do ensino. Antes porém, de qualquer análise quantitativa, dois pontos importantes devem ser mencionados. Em primeiro lugar o estudo do circuito e de seus componentes se enquadra perfeitamente nas recomendações do Ministério da Educação e Cultura relativas a conteúdo e carga horária mínima para matérias dos cursos de Engenharia Elétrica. Especificamente o circuito retificador se encaixa diretamente nas experiências sobre multímetros análogos, galvanômetros e amperômetros sugeridas para a matéria básica "Eletricidade" e nas experiências sobre retificação, detecção e controle com diodos semicondutores sugeridas para a matéria "Materiais Elétricos". A esse respeito ver ref. [6], páginas 252, 253, 262 e 263.

Em segundo lugar, a concepção muito difundida de que os enormes progressos da eletrônica do estado-sólido tornaram obsoletos os instrumentos com galvanômetros, do tipo em consideração, é até certo ponto uma concepção falsa e sua correta interpretação está relacio-

\* Engenheiro eletrônico. Caixa Postal 487. 13560 – SÃO CARLOS, SP.

nada com a questão da objetividade científica no ensino, sendo sua discussão em sala de aula uma atitude positiva.

O conceito da retificação continua sendo empregado em instrumentos de medida de mais recente concepção, lado a lado com circuitos integrados. O galvanômetro de bobina tem sido aperfeiçoado em anos recentes e continua sendo aplicado em instrumentos de alta qualidade e precisão. Na verdade, para certas aplicações, como por exemplo quando a taxa de variação de uma corrente ou tensão é importante, um instrumento analógico é preferível a um instrumento digital<sup>1</sup>. Fabricantes de instrumentos eletrônicos de qualidade continuam, de uma forma geral, produzindo unidades digitais e analógicas. Para uma descrição breve de alguns instrumentos introduzidos nos dois últimos anos com bobina móvel e tecnologia avançada, ver as refs. [7] e [8]. As refs. [9] e [10] apresentam uma comparação sucinta dos multímetros digitais e analógicos, ressaltando as aplicações em que os últimos são superiores.

## II – MEDIDAS DE TENSÃO E UMA APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

O interesse pelo circuito surgiu quando o autor analisou a dificuldade por parte de alguns alunos de graduação de Engenharia Elétrica em resolver uma questão proposta numa prova. A questão (ver Apêndice) consistia em determinar a relação entre a corrente eficaz entrando no circuito da Figura e a corrente média no galvanômetro quando o circuito fosse utilizado como amperímetro para correntes senoidais, com a resistência R suprimida.

Alguns alunos deixaram de ver como o circuito poderia funcionar sem a resistência R e tentaram soluções que levavam um R teórico em conta. Isso leva a interpretações errôneas porque o circuito com uma resistência R é adequado para medidas de tensão mas não é adequado para medidas de corrente. Ao ser empregado para medir correntes qualquer impedância que o circuito apresente introduz um erro que deve ser minimizado e por isso se faz R igual a zero.

Sobre esse aspecto há uma análise sucinta mas recomendável em Frank, ref. [5].

Para simplificar o estudo e a compreensão do circuito é preferível considerar diodos ideais, sem queda de tensão no estado de condução. Essas considerações não comprometem as propriedades mais gerais e além disso o efeito das quedas de tensão pode ser minimizado empregando-se a ponte juntamente com um amplificador operacional numa configuração chamada "retificador de precisão" [4].

Supomos que o circuito da Figura 1 será utilizado para medir tensões senoidais, com os terminais A e B conectados de forma a coincidir com os pontos cuja diferença de tensão nos interessa. Por hipótese essa diferença é da forma

$$v(t) = v_m \sin \omega t \quad (1)$$

com valor eficaz  $V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$

Com os diodos e o galvanômetro ideais e além disso, desprezando-se o efeito de carga sobre o circuito externo, a corrente entrando no circuito será determinada por R:

$$i(t) = I_m \sin \omega t \quad (2)$$

$$I_m = \frac{V_m}{R}$$

Pelo galvanômetro a corrente passará retificada completamente

$$i_G(t) = |i(t)|$$

<sup>1</sup> É importante ressaltar que a tendência é de que esse estado de coisas se modifique favoravelmente aos instrumentos digitais.

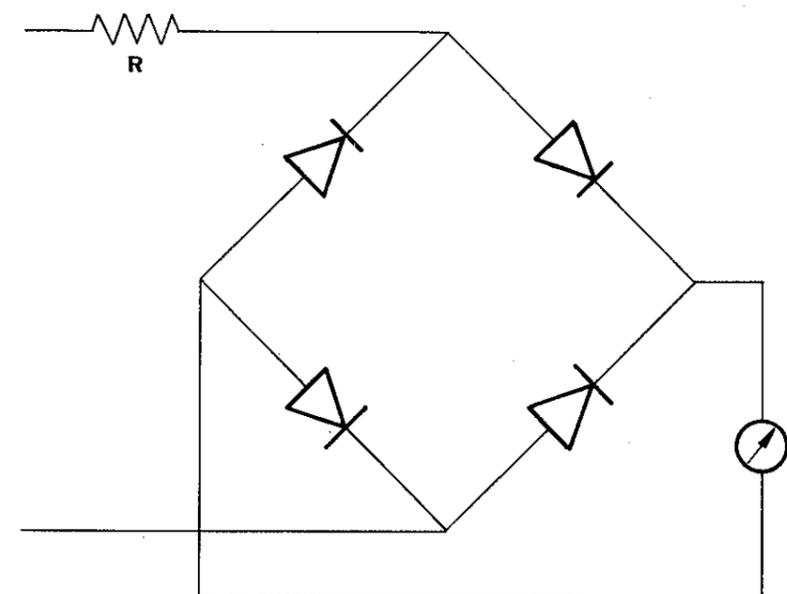


Fig. 1 – Ponte retificadora com galvanômetro de bobina móvel configuração básica para medir tensões.

O processo de retificação é fundamental porque o galvanômetro de bobina móvel só detetará o valor médio de uma corrente e, ao retificarmos uma função não nula de valor médio nulo, obtemos uma nova função de valor médio não nulo.

Para as correntes consideradas, num intervalo igual a um número inteiro de períodos teremos os seguintes valores médios.

$$\begin{aligned} \langle i(t) \rangle &= I_{med} = 0 \\ \langle i_G(t) \rangle &= I_{Gmed} = \frac{2I_m}{\pi} = \frac{2V_m}{\pi R} \end{aligned} \quad (3)$$

Ao estabelecer uma corrente com valor médio não nulo estabelecemos automaticamente uma relação linear entre o valor eficaz da tensão e o valor médio detetado pelo instrumento. Um circuito retificador de meia-onda poderia, em princípio, desempenhar o mesmo papel que a ponte, mas a corrente média no galvanômetro seria apenas a metade de (3) e sua sensibilidade seria menor. A ref. [11] constitui uma boa análise de diferentes retificadores para a instrumentação.

$$\begin{aligned} V_{ef} &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_m \\ I_{Gmed} &= \frac{2}{\pi R} V_m \\ V_{ef} &= \alpha I_{Gmed} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{\pi R}{2\sqrt{2}} \quad (5)$$

Todas as medidas do galvanômetro devem ser multiplicadas pelo coeficiente  $\alpha$  ou, alternativamente, sua escala deve ser modificada para que indique tensão, levando em conta  $\alpha$ .

Evidentemente com R sendo finita haverá erro nas medidas, já que R perturba o circuito externo. Idealmente R deveria ser infinita e deveríamos empregar o maior valor possível para R, mas nesse ponto uma das características interessantes do circuito emerge: o circuito é passivo. Sendo passivo, toda a energia que recebe para mover o ponteiro do galvanômetro provém do circuito externo, e a medida que R cresce, descreve  $I_{Gmed}$ , decrescendo também a sensibilidade.

### III – O CIRCUITO PARA MEDIR CORRENTES

Para medir correntes, por hipótese senoidais, o circuito da Figura 1, sem R, é introduzido com os pontos A e B em série com o ramo pelo qual circula a corrente. A corrente é então *injetada* no circuito e temos

$$i'(t) = I'm \text{ sen } \omega t \quad (6)$$

com valor eficaz  $I'ef = \frac{I'm}{\sqrt{2}}$

Essa corrente injetada passa retificada pelo galvanômetro com valor médio

$$I'_{Gmed} = \frac{2I'm}{\pi}$$

introduzindo a seguinte proporcionalidade

$$I'ef = \alpha' I'_{Gmed} \quad (7)$$

temos

$$\frac{I'm}{\sqrt{2}} = \alpha' \frac{2I'm}{\pi}$$

$$\alpha' = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,111 \quad (8)$$

Esse coeficiente, como é natural, não depende de nenhum parâmetro do circuito, e a modificação da escala é sempre a mesma para qualquer instrumento.

### IV – CONCEPÇÃO INCORRETA DO CIRCUITO PARA MEDIR CORRENTES

Suprimir R do circuito da Figura 1 para medir correntes é uma idéia quase intuitiva quando pensamos em evitar influência do circuito de medida sobre a corrente sendo medida. A idéia pode não parecer tão óbvia quando a questão consiste simplesmente em calcular a relação entre a corrente senoidal circulando pelo circuito e a corrente média no galvanômetro. Reagindo intuitivamente diante de uma questão de prova a respeito do circuito (ver Apêndice), alguns alunos partiram da premissa de que havia uma resistência R, bem como uma tensão senoidal responsável pela corrente entre os pontos A e B (Fig. 1). Prosseguindo com esse raciocínio chega-se a um coeficiente quantitativamente idêntico ao correto (8) da seguinte maneira

$$v(t) = V_m \text{ sen } \omega t \quad i(t) = \frac{V_m}{R} \text{ sen } \omega t$$

$$I'ef = \frac{V_m}{R\sqrt{2}} \quad (9)$$

$$I_{Gmed} = \langle |i(t)| \rangle = \frac{2 V_m}{\pi R} \quad (10)$$

Verificada a relação linear entre  $I'ef$  e  $I_{Gmed}$  podemos introduzir um coeficiente k

$$I'ef = k I_{Gmed}$$

$$\frac{V_m}{R\sqrt{2}} = k \frac{2V_m}{\pi R} \quad (11)$$

$$k = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,111 \quad (12)$$

Esse resultado independe de R e sendo numericamente idêntico ao coeficiente (8) que deve ser aplicado para medidas de correntes, pode induzir à crença de que o circuito pode ser utilizado com R finita no caso de correntes.

O desenvolvimento acima, está claro, é sintomático de uma interpretação incorreta ou imprecisa do processo de medir correntes elétricas. A prescrição é óbvia: uma discussão menos superficial em sala de aula do funcionamento e das aplicações do circuito ponte. Face à aparente trivialidade o ponto de vista do autor é de que na hipótese dos erros e das dúvidas identificadas serem representativas para toda a população de estudantes de Engenharia Elétrica então a análise elucidativa de qualquer detalhe apresenta importância didática e sua divulgação passa a ser de interesse, justificando a publicação. Poderá surgir argumento demandando melhor evidência fatural para que o assunto abordado assumira as dimensões de problema real, mas quanto a isso deve-se ressaltar que o objetivo maior do presente trabalho é aproveitar um ponto que poderá, ao menos potencialmente, dar origem a conceitos imprecisos, para reavivar o interesse educacional por um circuito (e aplicações) que tende a ser marginalizado pela publicidade em torno das tecnologias mais avançadas em eletrônica.

### V – RESTRIÇÕES ADICIONAIS

Um estudante pode ser tentado a considerar que as restrições ao desenvolvimento de (11) e (12) desaparecem quando se faz  $R \rightarrow 0$  pois

$$\lim_{\rightarrow} \frac{\pi R V_m}{2\sqrt{2} R V_m} \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

Contudo, ao fazermos R tender a zero (9) e (10) tenderão ao infinito. A única maneira correta de analisar a configuração para medir correntes é supor desde o princípio que a corrente que se quer medir já existe no circuito externo antes da medida, é determinada somente pelo circuito externo e é injetada, sem distorção, no circuito de medida.

A inconveniência de um R finito em medidas de corrente é bem ilustrada pelo que ocorre quando tentamos medir, em certos circuitos não lineares, uma corrente que sabemos ser senoidal, mas que deixa de ser senoidal quando se introduz um circuito como o da Figura 1. Um exemplo é o da Figura 2.a no qual o sinal do gerador é tal que força uma corrente senoidal no diodo. Com R em série com o diodo a corrente é distorcida mesmo que a ponte e o galvanômetro sejam absolutamente ideais. Evidentemente este é um exemplo artificial, mas uma situação parecida pode ser verificada em osciladores eletrônicos de baixa distorção.

### VI – OUTROS ASPECTOS INTERESSANTES

O circuito da Figura 1 apresenta vários aspectos de interesse didático que não são normalmente mencionados na literatura, mas que merecem ser considerados em sala de aula almejando não só a melhor compreensão do circuito como dos processos de medida em geral. Alguns desses aspectos são comentados a seguir.

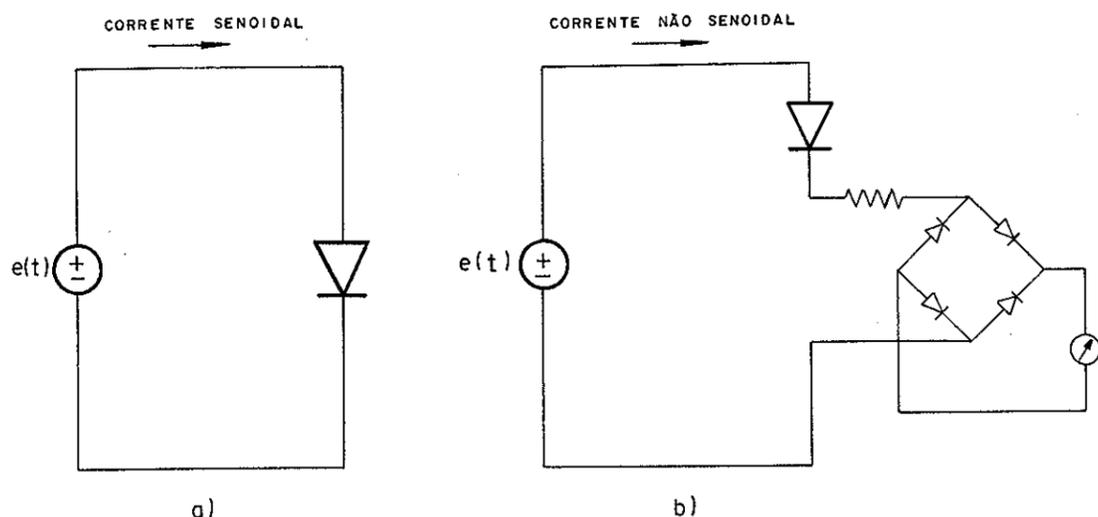


Fig. 2 - Uma resistência finita na entrada da ponte pode alterar a corrente.

1. Como já foi observado acima, ao crescer R cresce também o intervalo necessário para realizar uma determinada medida de tensão porque o ponteiro do galvanômetro necessita de uma energia finita para ser defletido. Esse é um ponto importante, que em instrumentos digitais não é tão evidente. Para qualquer medida, um circuito passivo retira energia do sistema que está sendo observado, interferindo portanto nesse sistema e alterando a medida. Esse fato permite uma visualização qualitativa simples do Princípio da Indeterminação de Heisenberg [12], uma vez que no caso de um galvanômetro, quanto menos interferirmos com o sistema externo, menos energia dispomos para mover o ponteiro até a posição correta.

Fica também evidente que não podemos realizar medidas rápidas demais e muito menos instantâneas, já que a energia externa é sempre fornecida a uma taxa finita. Esse ponto pode ser citado em sala de aula para ilustrar o conceito de frequência de corte, e uma boa questão para ser proposta seria calcular uma estimativa para o limite inferior do tempo necessário para uma medida de tensão, sabendo-se que o galvanômetro solicita para qualquer deflexão uma energia não maior que um valor  $E_G$ . A solução pode ser obtida considerando-se uma aproximação para a energia total fornecida ao circuito todo, incluindo o galvanômetro.

$\bar{p}$  - potência média absorvida pelo circuito;  
 $E$  - energia total absorvida pelo circuito;

$$E = \bar{p} \cdot \Delta t \quad E \approx \frac{V_m^2}{2R} \cdot \Delta t \quad (13)$$

$$E \geq E_G \text{ ou } \frac{V_m}{2R} \cdot \Delta t \geq E_G \therefore \Delta t \geq \frac{2RE_G}{V_m^2} \quad (14)$$

Para uma idéia quantitativa, os melhores galvanômetros de bobina móvel consomem uma fração de microwatt para deflexão de fundo de escala [9].

2. O circuito externo é praticamente "cego" para o que se passa dentro da ponte (ponte e galvanômetro ideais), não "enxergando" a mudança de trajetória da corrente quando esta muda de sinal. Para o circuito externo o circuito da Figura 1 consiste apenas de R. Esse é um dos aspectos mais atraentes do circuito e não depende de forma-de-onda de tensão ou corrente desde que os diodos e o galvanômetro sejam ideais. Essa propriedade permite cal-

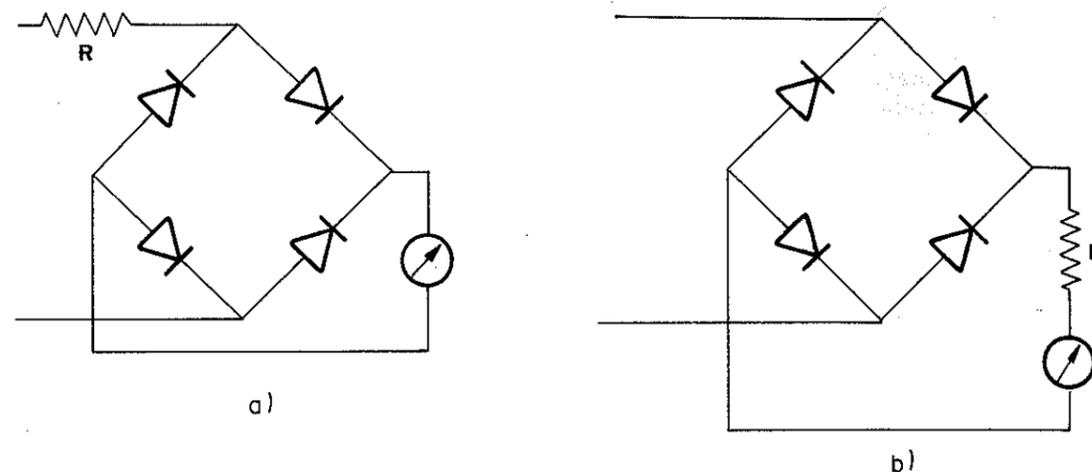


Fig. 3 - A posição de R aparentemente irrelevante é preferencial na entrada.

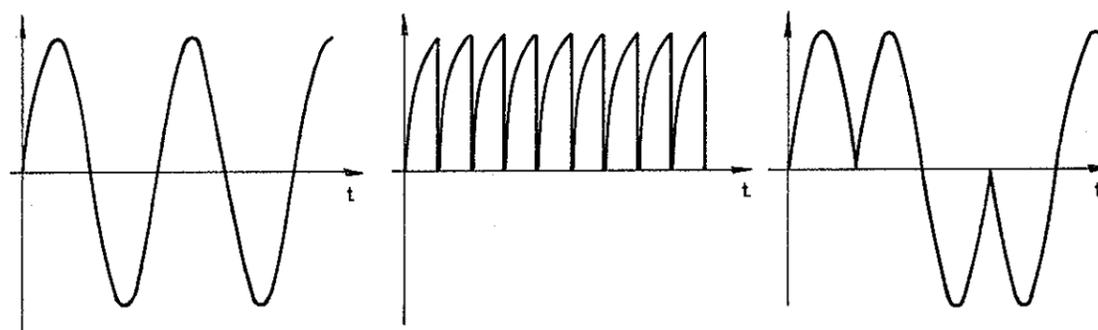


Fig. 4 - Membros de uma família de formas de onda para a qual o coeficiente de escala é o mesmo.

cular uma impedância equivalente para o circuito visto pela entrada, o que constituiria um bom exercício para alunos de graduação. No caso ideal a impedância equivalente seria igual a R.

3. No circuito da Figura 1 o galvanômetro e a resistência podem ter suas posições intercambiadas ou ainda serem ambos instalados em série numa das duas posições sem que nada se altere sob o ponto de vista do circuito externo ou sob o ponto de vista das medidas. Não obstante, com a resistência instalada após a ponte (Figura 3.b) os diodos ficam sujeitos a uma tensão reversa de pico repetitiva ( $V_{RRM}$ ) aproximadamente igual a  $V_m$ , enquanto que se for instalada na entrada da ponte (Figura 3.a) os diodos ficam sujeitos a  $V_{RRM}$  praticamente nula (nula no caso ideal) e logicamente esta deve ser a configuração preferencial. Uma questão que poderia ser proposta para alunos de graduação é: "Decida qual dos dois circuitos deve ser preferido para medir tensões senoidais e explique porque".

4. A configuração básica de ponte e galvanômetro pode, como se sabe, ser utilizada para medir quaisquer correntes ou tensões periódicas incluindo as contínuas, bastando aplicar o coeficiente de escala apropriadamente calculado. Um detalhe interessante e normalmente não mencionado na literatura é que para uma dada relação entre o valor eficaz da tensão ou corrente e o valor médio da corrente no galvanômetro existe um número infinito de for-

mas-de-onda que apresentam essa relação. Para essas formas-de-ondas o instrumento apresenta sempre as medidas corretas, dispensando qualquer correção no coeficiente de escala. A Figura 4 mostra exemplos de formas-de-onda de tensão para as quais é válido um mesmo  $\alpha$ . Construir algumas funções diferentes para um dado  $\alpha$  constituiria uma questão interessante para estudo individual por alunos de graduação.

## VII – CONCLUSÕES

Este trabalho não tem a pretensão de ser completo e muitos pontos de interesse não foram tratados, os quais poderão contudo ser desenvolvidos numa ou mais disciplinas regulares de graduação em Engenharia Elétrica. Apesar da simplicidade do circuito analisado conclui-se que seu estudo é importante, pelas seguintes razões dentre outras:

- a) Constitue um circuito barato e acessível de componentes nacionais.
- b) Encerra alguns conceitos fundamentais de Engenharia Elétrica.
- c) É empregado em larga escala em instrumentos modernos.
- d) Sua compreensão pode dar margem a dúvidas elementares que poderão ser exploradas didaticamente.
- e) O circuito é tratado com relativa superficialidade na literatura acadêmica.

No trabalho não apenas uma série de referência foi registrada, como foram identificados alguns aspectos técnicos não usuais que poderão ser úteis em cursos de graduação.

## VIII – RECOMENDAÇÕES ÀS ESCOLAS DE ENGENHARIA

A configuração básica do circuito considerado já deve ser assunto estudado nas Escolas de Engenharia, tendo em vista as recomendações do Ministério da Educação e Cultura. As recomendações conseqüentes desse trabalho se referem mais à forma de aplicar as recomendações do M.E.C., particularmente com relação aos cursos de Engenharia Elétrica. As principais recomendações são:

- a) Que o circuito básico seja tema de pelo menos uma aula experimental.
- b) Que a teoria de seu funcionamento seja tema de pelo menos uma aula teórica.
- c) Que seja elaborado texto didático acessível aos alunos, contendo a mais extensa bibliografia possível.
- d) Que sejam propostos aos alunos exercícios nos moldes daqueles aqui expostos.
- e) Que se criem condições para que os alunos participem de uma análise comparativa de instrumentos similares empregando galvanômetros e empregando circuitos digitais.

## APÊNDICE

A questão mencionada no capítulo II e que é reproduzida abaixo foi proposta numa prova do 1º semestre de 1981, para alunos de uma turma mista com indivíduos de 2ª e de 3ª séries de Engenharia Elétrica em Ilha Solteira – SP. As soluções após publicadas, foram discutidas dentro e fora da sala de aula:

“Empregamos uma ponte de diodos ideais com um galvanômetro na saída para medir valor eficaz de *correntes* senoidais. O galvanômetro é sensível a valor médio e é ideal. Não há resistor. Por quanto devem ser multiplicadas as leituras do galvanômetro se este tiver escala em Ampères?”

Das 32 soluções apresentadas 37,5% (12) estavam corretas, 43,7% (14) absolutamente incorretas, e as restantes 18,8% (6) apenas parcialmente corretas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] – MILLMAN, J. & HALKIAS, C.C. – *Eletrônica*, São Paulo, McGraw-Hill, 1981, v. 1, p. 103-4.
- [2] – TERMAN, F.E. & PETTIT, J.M. – *Mediciones electronicas*, 2ª ed., Buenos Aires, Arbó, 1977 (original americano, McGraw-Hill, 1952). p. 6-7.
- [3] – OLIVER, B.M. & CAGE, J.M. – *Electronic measurements and instrumentation*, New York, McGraw-Hill, 1971, p. 253-4.
- [4] – ROBERGE, J.K. – *Operational amplifiers: theory and practice*, New York, John Wiley, 1957, p. 458-9.
- [5] – FRANK, E. – *Electrical measurement analysis*, Huntington, N.Y., Robert Krieger, 1977, p. 306-8. (Uma reimpressão do clássico de Frank publicado em 1959 pela McGraw-Hill).
- [6] – MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA – *Curso de engenharia: autorização, reconhecimento e funcionamento*. Brasília, M.E.C., Set. 1977.
- [7] – New meter movement offers ultimate in solidity. *Philips T. & M. News*, Eindhoven, Holanda, 7(3): 6, 1979. Uma descrição breve de instrumentos de tecnologia avançada, com bobina móvel.
- [8] – Multimeter with professional performance. *Philips T. & M. News*, Eindhoven, Holanda, 8(1): 11, 1980. Refere-se ao multímetro PM 2505 como um instrumento construído com tecnologia da década de 80.
- [9] – The analog multimeter PM 2504: A new Alternative to the DMM. *Philips T. & M. News*, Eindhoven, Holanda, 4(8): 3-4, 1976.
- [10] – New meter movement offers ultimate in solidity. *Philips T. & M. News*, 7(3): 6, 1979.
- [11] – BLANKENBURG, K.H. – Instrument rectifiers. *News from Rohde & Schwartz*, 15(71): 22-5, 1975.
- [12] – Os conceitos de Física Moderna são hoje necessários à compreensão de muitas aplicações tecnológicas, e seu ensino nos cursos de Engenharia é uma recomendação do Ministério da Educação e Cultura. Cf. Ref. [7], p. 40.