ISSN 0101-5001
Rev. Ensino Eng., São Paulo,
3(1):11-16, 1.º sem. 1984

ARTIGO

SOLUÇÃO COMPUTARIZADA PARA O TRAÇADO DE REDE SOB UMA CORTINA IMPERMEÁVEL

João Baptista Nogueira*
Laerte G. Gorni Jr.**

NOGUEIRA, João Baptista; GORNI Jr., Laerte Geraldo. Solução Computarizada para o traçado de rede sob uma cortina impermeável. *Rev. Ensino Eng.*, São Paulo, 3(1):11-16, 1.º sem. 1984.

O trabalho apresenta de uma forma didática, um programa em linguagem Fortran IV, para o cálculo das cargas totais em pontos do solo da fundação de uma cortina impermeável, através do método das diferenças finitas, possibilitando o traçado da rede de percolação. Estão apresentados o fluxograma, a listagem e um exemplo.

Percolação. Fundação. Cortina Impermeável. Computador. Traçado de Redes.

NOGUEIRA, João Baptista; GORNI Jr., Laerte Geraldo. Computer Solution for flow nets under sheet pile wall. *Rev. Ensino Eng.*, São Paulo, 3(1):11-16, 1.º sem. 1984.

A program in Fortran IV language, that is a computer solution for flow nets under sheet pile wall is presented. The finite difference method was used to obtain the total heads on nodes. The flow chart, the computer program and an example is presented too.

Seepage. Foundation. Sheet Pile Wall. Computer. Flow Nets.

1 INTRODUÇÃO

O traçado de redes de percolação, nos cursos de graduação em engenharia civil, normalmente é feito através de um processo gráfico de ajuste das linhas de fluxo e equipotenciais de tal forma que satisfaçam a equação de Laplace; é um processo demorado, porém necessário ao aprendizado do aluno neste campo da mecânica dos solos.

A opção de se utilizar o computador na solução desta equação, vem sendo aplicada já há algum tempo. É necessário salientar que o trabalho manual não foi eliminado, pois que a solução virá através de valores calculados das cargas totais nos nós de uma malha, devendo ser traçadas as linhas equipotenciais e de fluxo, obedecendo a ortogonalidade entre as mesmas e à formação das "figuras quadradas".

O programa apresenta a solução da equação de Laplace, utilizando método das diferenças finitas, para o cálculo das cargas nos nós de uma malha previamente estabelecida, em um terreno de fundação onde existe uma cortina de estacas-prancha.

---

* Professor do Departamento de Geotecnia – EESC-USP
**Engenheiro Civil

A seguir será apresentado um breve comentário sobre o método das diferenças finitas, a descrição do programa e um exemplo de aplicação do mesmo.

2 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

O método das diferenças finitas parte de equações diferenciais que representam o problema em estudo e depois procura uma solução numérica aproximada para as mesmas. Para isto, o valor da derivada em um ponto é substituido pelo valor do incremento da função no intervalo, conforme mostrado na Figura 1, resultando a transformação de uma equação diferencial em uma equação por diferenças.

Para a transformação desejada se torna necessário ter uma malha de lados (Δx, Δy), de tal forma que conhecido o valor da função em um nó de coordenadas (i, j) é possível calcular-se os valores da função nos nós vizinhos, utilizando-se, por exemplo, das séries de Taylor, e depois retirar as expressões das derivadas até a ordem desejada (Desai-Christian, 1977).

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_A = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \cong \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

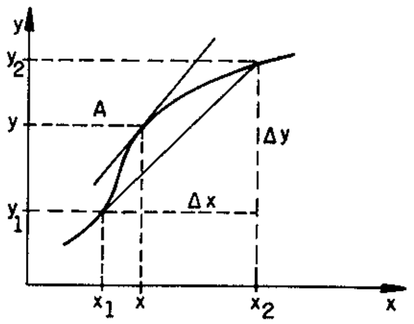

Figura 1 - Esquema aproximação da derivada primeira

Desta forma, adotando-se a aproximação central tem-se as expressões seguintes para as derivadas de primeira e segunda ordem:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_{i+1,j} - y_{i-1,j}}{2\,\Delta x} + E\left[(\Delta x)^2\right]$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{y_{i-1,j} - y_{i,j} + y_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + E\left[(\Delta x)^2\right]$$

onde E $\left[(\Delta x)^2\right]$ é o erro discretizante, devido ao abandono das derivadas de ordem superior.

Para que a solução de uma equação diferencial seja única, é preciso que sejam definidas as condições limites, que são os valores que a função tem, nos limites da região de interesse do problema.

Para o traçado de redes será necessário definir duas linhas de fluxo e duas equipotenciais.

3 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

O programa apresentado, fornece condições para que se trace a rede de percolação através de um solo de fundação, homogêneo e isotrópico, onde existe uma cortina impermeável, conforme mostrado na Figura 2; estão também indicados nesta figura os dados de entrada necessários ao programa e que dependem da geometria:

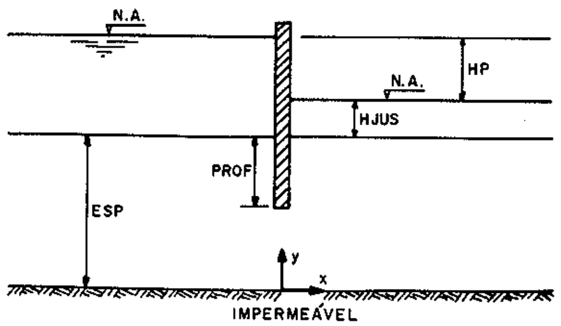

Figura 2 - Geometria do problema

HP: perda de carga total
ESP: espessura da camada
PROF: profundidade da ficha
HJUS: altura d'água de jusante.

Como a rede de percolação a ser formada, é simétrica em relação ao plano vertical da cortina, serão calculadas as cargas apenas para pontos situados a jusante da mesma.

Na Figura 3 estão indicadas as linhas que delimitam a região de interesse do problema, e também alguns pontos internos a mesma além dos sistemas de eixos (x, y) e (i, j).

A equação de Laplace

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

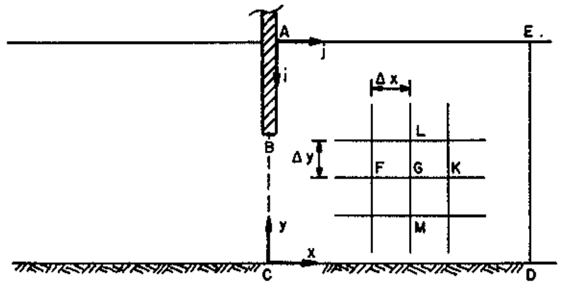

Figura 3 - Malha adotada

colocada na forma de diferenças finitas, para um ponto interno qualquer, do dominio da função, será escrita como:

$$\frac{h_{i,j+1} - 2\,h_{i,j} + h_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + \frac{h_{i+1,j} - 2\,h_{i,j} + h_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} = 0$$

Para malha quadrada ($\Delta x = \Delta y$) e exemplificando com os pontos F (i, j − 1), G (i, j), K (i, j + 1), L (i + 1, j) e M (i − 1, j), a expressão que calcula o valor da carga do ponto G (i, j) é a seguinte:

$$h_{i,j} = \frac{1}{4}\left(h_{i,j+1} + h_{i,j-1} + h_{i+1,j} + h_{i-1,j}\right)$$

enquanto para pontos pertencentes aos limites do domínio, a mesma se simplifica, conforme será mostrado a seguir.

3.1 Pontos sobre AB

São pontos localizados sobre a ficha de cortina e para os mesmos não existem pontos vizinhos de índice j − 1; a imposição de que $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$, i. é, não deverá haver fluxo através da mesma (cortina impermeável e considerada linha de percolação) permite escrever que:

$$h_{i,j-1} = h_{i,j+1}$$

tirando a indeterminação para pontos situados sobre AB.

3.2 Pontos sobre BC

Desde que o problema é simétrico, os pontos situados sobre BC, tem carga igual à metade da carga total dissipada, acrescida da carga de jusante, e portanto:

$$h_{i,j} = \frac{1}{4}\,HP + HJUS$$

sendo esta linha uma equipotencial limite.

3.3 Pontos sobre CD

São pontos localizados sobre a linha de separação entre o terreno de fundação e a camada impermeável, não devendo ocorrer passagem d'água através desta e portanto $\frac{\partial h}{\partial y} = 0$ e conclui-se que $h_{i+1,j} = h_{i-1,j}$.

A linha CD é uma linha de percolação limite.

3.4 Pontos sobre DE

A linha DE é considerada a linha de percolação que limita o interesse da rede; pontos situados sobre a mesma não tem os vizinhos de índice $j + 1$, e devem satisfazer a condição $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$, resultando $h_{i,j+1} = h_{i,j-1}$.

3.5 Pontos sobre EA

A linha EA é uma equipotencial de carga total igual a HJUS, e qualquer ponto situado sobre a mesma terá:

$$h_{i,j} = HJUS$$

3.6 Ponto D

O ponto D, por ser um canto da malha, é um ponto especial, e para o mesmo se pode colocar: $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$ e $\frac{\partial h}{\partial y} = 0$ resultando $h_{i+1,j} = h_{i-1,j}$ e $h_{i,j+1} = h_{i,j-1}$.

Impostas as restrições para pontos situados sobre os limites da região de interesse da rede de percolação, a equação geral de cálculo das cargas, poderá ser escrita de forma simplificada, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Equações de cálculo

PONTO	EQUAÇÕES POR DIFERENÇAS
G	$h_{ij} = \frac{1}{4}(h_{i,j+1} + h_{i,j-1} + h_{i+1,j} + h_{i-1,j})$
SOBRE AB	$h_{ij} = \frac{1}{4}(2h_{i,j+1} + h_{i+1,j} + h_{i-1,j})$
SOBRE BC	$h_{ij} = \frac{1}{2}HP + HJUS$
SOBRE CD	$h_{ij} = \frac{1}{4}(2h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$
SOBRE DE	$h_{ij} = \frac{1}{4}(2h_{i,j-1} + h_{i+1,j} + h_{i-1,j})$
SOBRE EA	$h_{ij} = HJUS$
D	$h_{ij} = \frac{1}{4}(2h_{i-1,j} + 2h_{i,j-1})$

O cálculo das cargas nos nós de malha, foi realizado, utilizando-se o método de Gauss-Seidel, introduzindo-se um auxiliar de convergência para acelerar o processo; além disso, foi também fixado o número máximo de iterações para um dado auxiliar de convergência.

Como dados de entrada, além dos geométricos já referidos, deve-se ter também:

GRD: Dimensão do elemento da malha
ERR: Critério de erro
AUX: Auxiliar de convergência
MAX: Número máximo de interações

lembrando que, as relações ESP/GRD e PROF/GRD devem ser, necessariamente, números inteiros.

O programa permite processar diversos problemas de uma só vez, bastando para isto, que seja especificado no primeiro cartão de dados, este número.

A Figura 4 mostra o fluxograma desenvolvido para o programa, seguido de exemplo.

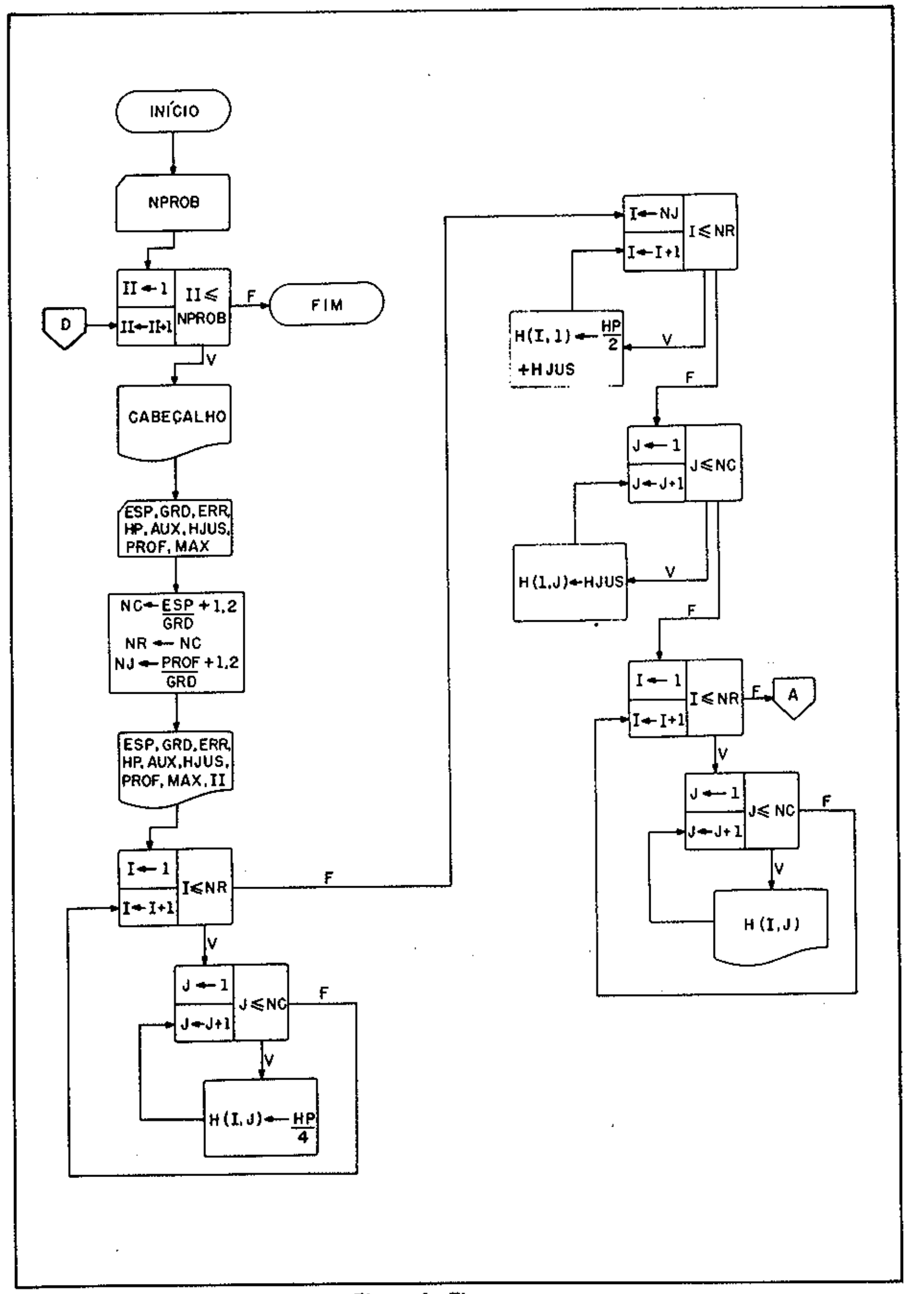

Figura 4 - Fluxograma

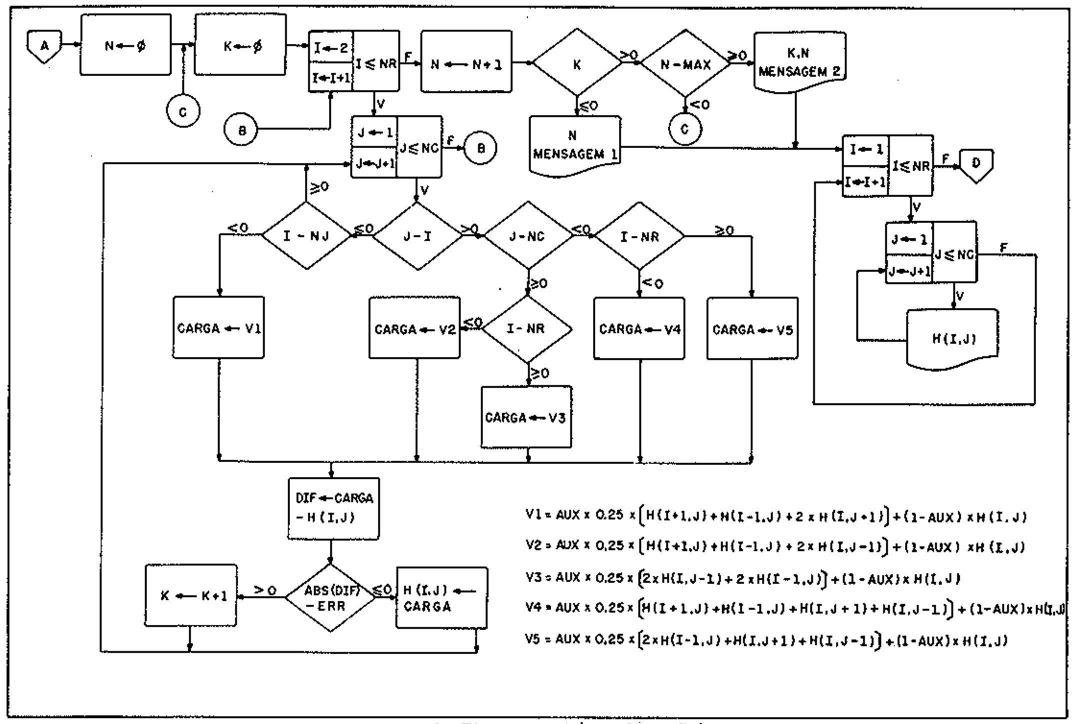

Figura 4 - Fluxograma (continuação)

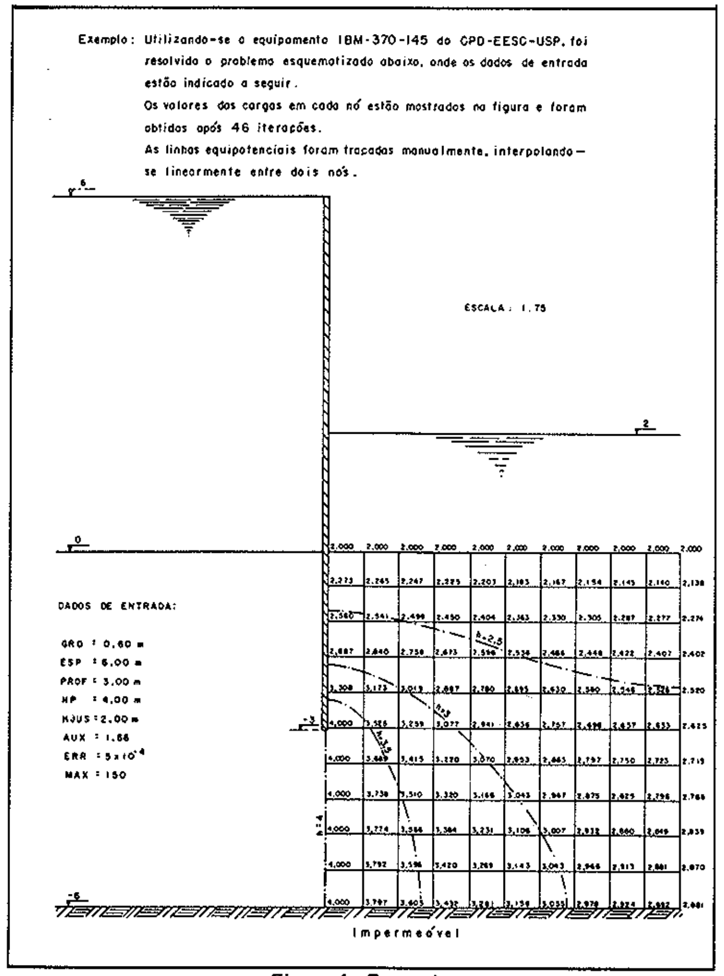

Figura 4 - Exemplo

4 CONCLUSÕES

O trabalho apresenta aos alunos de graduação em engenharia civil, uma forma simples de utilizar o computador para a solução do problema de cálculo de cargas totais em um terreno de fundação, onde existe uma cortina impermeável, e conseqüente traçado da rede de percolação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. DESAI, C.S.; CHRISTIAN, J.T. (1977): *Introduction, Numerical Methods and Special Topics, in: "Numerical Methods in Geotechnical Engineering"*, Cap. I, 1-64, Mc Graw-Hill Book Co., N.Y.

ISSN 0101-5001
Rev. Ensino Eng., São Paulo,
3(1):17-23, 1.º sem. 1984

ARTIGO

ELEMENTOS HIDRÁULICOS E GEOMÉTRICOS DO ESCOAMENTO CRÍTICO EM CANAIS TRAPEZOIDAIS

R.M. Porto*
V. Arcaro**

PORTO, R.M.; ARCARO, V. Elementos Hidráulicos e Geométricos do Escoamento Crítico em Canais Trapezoidais. *Rev. Ensino Eng.*, São Paulo, 3(1): 17-23, 1.º sem. 1984.

Os problemas sobre a determinação dos parâmetros do escoamento crítico em canais trapezoidais, devido a relativa complexidade geométrica, são habitualmente resolvidos por processos de tentativas ou pelo uso de famílias de curvas, algumas vezes com perda da precisão. Para superar estes inconvenientes, e facilitar a resolução dos exercícios na disciplina Hidráulica, este trabalho apresenta quatro curvas adimensionais que resolvem todos os problemas do escoamento crítico em canais trapezoidais, com uma precisão condizente com as aplicações práticas.

Escoamento crítico. Altura crítica. Largura de fundo. Canais trapezoidais.

PORTO, R.M.; ARCARO, V. Hydraulic and Geometric Elements for the Critical Flow in Trapezoidal Channels. *Rev. Ensino Eng.*, São Paulo, 3(1):17-23, 1.º sem. 1984.

Problems on determination of the parameters of critical flow in trapezoidal channels, of moderate geometrical complexity, are usually solved by trial and error or by using a family of curves, with occasional loss of precision. To overcome such drawbacks, and to ease the solution of exercises in Hydraulics courses, four non-dimensional curves are present in this work, which solve all problems of critical flow in trapezoidal channels, with precision siuted to practical applications.

Critical flow. Critical height. Trapezoidal channels.

1 INTRODUÇÃO

Uma seção de um canal onde esteja ocorrendo escoamento crítico, isto é, situação física na qual certa vazão escoa com a mínima energia específica, é uma seção de controle do escoamento, desde que existe uma correlação entre a profundidade crítica e a vazão.

Tal seção é um local interessante para se promover a medida da vazão pela leitura da profundidade crítica ou de outra qualquer profundidade que possa ser correlacionada com a profundidade crítica.

No caso dos canais trapezoidais, os parâmetros importantes envolvidos no escoamento são: Q vazão através da seção, E_c energia específica, que é a mínima compatível com a vazão, y_c profundidade ou altura crítica, b largura de fundo da seção, B largura da seção na superfície livre, Z cotangente do ângulo dos taludes, A área molhada da seção.

* Departamento de Engenharia de Produção — Universidade Federal de São Carlos.
**Aluno do Curso de Engenharia Civil na Faculdade de Engenharia de Limeira — UNICAMP.